



FACHBEREICH PHYSIK
BERGISCHE UNIVERSITÄT
GESAMTHOCHSCHULE WUPPERTAL

Untersuchung der Energieabhängigkeit
inklusive Spektren in der e^+e^- Annihilation

Diplomarbeit

von

Oliver Passon

WUD 97-44
November 1997

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	
1 Theorie	8
1.1 Das Standardmodell	8
1.1.1 Eichtheorien	9
1.1.2 Der Higgsmechanismus	10
1.1.3 Parameter des Standardmodells	11
1.2 Quantenchromodynamik	11
1.2.1 “laufende” Kopplungsstärke α_s	12
1.2.2 Raum-Zeit Bild der QCD Bremsstrahlung	13
1.2.3 Lokale Parton Hadron Dualität	16
1.3 Die e^+e^- -Annihilation	18
1.3.1 Monte Carlo Methoden	20
2 Observablen in der e^+e^--Annihilation	25
2.1 Eventshape Variablen	26
2.1.1 Thrust, Major, Minor & Oblateness	26
2.2 Inklusive Verteilungen	27
2.2.1 ξ_p	27
2.2.2 Impuls	30
2.2.3 $p_{ }$, p_t , p_t^{in} & p_t^{out}	32
2.2.4 Rapidität	32
3 Bremsstrahlung im Anfangszustand	37
3.1 Relativistische Kinematik	37
3.2 Rekonstruktion des ISR-Photons	38
4 Datenkorrektur	40
4.1 Detektoreffekte	41
4.2 Faltung	41
4.3 Die Faktormethode	42
4.4 Zuordnung der Messung in weiten Bins	43
5 Der DELPHI Detektor	44
5.1 Spurrekonstruktion	44
5.2 Energiemessung	46

5.3	Teilchenidentifikation	47
5.4	Die Aufbereitung der Daten	47
6	Selektion hadronischer Ereignisse	49
6.1	Spurselektion	50
6.2	Ereignisselektion	51
6.2.1	Kriterien für die Ereignisselektion	51
6.2.2	W^+W^- -Selektion	52
6.2.3	ISR Selektion	53
7	Ergebnisse	57
7.1	Inklusive Verteilungen und Modellvergleich	57
7.2	Die Rapidity	61
7.3	ξ_p und ein Test der MLLA/LPHD	66
7.3.1	Das Maximum der ξ_p Verteilung	69
7.4	Impulsspektren und ein Test der MLLA/LPHD	75
7.4.1	Transversalimpulse	79
7.5	Zusammenfassung	82
A	Tabellen	89

Tabellenverzeichnis

3.1	hadronischer Wirkungsquerschnitt der Hochenergiedaten	37
6.1	Luminosität und Wirkungsquerschnitt der Hochenergiedaten	49
6.2	Spurschnitte der Hochenergiedaten	50
6.3	WW Wirkungsquerschnitt bei LEP 2	52
6.4	Ereignisschnitte der Hochenergiedaten	56
6.5	Datenstatistik	56
7.1	Die Höhe und Breite von y_t	62
7.2	Fong/Webber Fitparameter für ξ_p	67
7.3	ξ^* Werte	70
7.4	ξ^* Fehler	70
7.5	Abweichung zwischen ξ_p Maximum und Mittelwert	74
7.6	MLLA Fit an Impulsspektren	77
7.7	Mittlere Transversalimpulse	81
A.1	ξ_p Tabelle	89
A.2	y_t Tabelle	90
A.3	p_t^{in} (Thrust) Tabelle	90
A.4	p_t^{out} (Thrust) Tabelle	90
A.5	p_t^{in} (Sphericity) Tabelle	91
A.6	p_t^{out} (Sphericity) Tabelle	91
A.7	p Tabelle	92

Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematische Darstellung des Hadronisierungsprozesses	19
1.2	Lund Fragmentationsfunktion	23
2.1	MLLA Vorhersage für dn/dp	31
2.2	Impulsverteilung der Hadronen im IF Modell	33
2.3	Fragmentationsfunktion im IF Modell	34
2.4	Rapidity für verschiedene α -Werte, und bei Variation der Energie im IF Modell	35
4.1	unnormiertes Histogramm	40
5.1	Schematische Darstellung der DELPHI Detektors	45
6.1	W^+W^- Antiselektion durch Schnitt auf B_{min}	53
6.2	Qualität von SPRIME	54
6.3	Wirkung des Schnittes auf die totale Energie	55
7.1	Inklusive Verteilungen bei 133 GeV	58
7.2	Inklusive Verteilungen bei 161 GeV	59
7.3	Inklusive Verteilungen bei 172 GeV	60
7.4	Rapidityverteilungen	61
7.5	Energieentwicklung der Höhe des Rapidityplateaus	63
7.6	Energieentwicklung der Breite der Rapidityverteilung	63
7.7	Zusammenhang zwischen Höhe und Breite der Rapidityverteilung, sowie der Multiplizität.	64
7.8	ξ_p Verteilungen für geladene Teilchen	66
7.9	Energieentwicklung der “distorted-gaussian” Parameter	68
7.10	ξ^* Evolution ohne Flavourkorrektur	71
7.11	Energieabhängigkeit des Flavour Korrekturfaktors	72
7.12	ξ^* Evolution mit Flavourkorrektur	73
7.13	ξ^* - $\langle \xi \rangle$	74
7.14	Differentielle Wirkungsquerschnitte in p mit Modellvergleich.	75
7.15	Differentielle Wirkungsquerschnitte in p mit MLLA Vergleich.	76
7.16	Parameter des Fits an Impulsspektren	78
7.17	Vergleich zwischen p_t^{out} bzgl. Thrust und Sphericity Achse	79
7.18	Transversalimpulse bzgl. Sphericity Achse von 14 bis 172 GeV	80
7.19	Energieabhängigkeit der Mittelwerte von p_t , p_t^{in} und p_t^{out}	81

Einleitung

QCD bei LEP 2

Im Jahre 1989 nahm am Europäischen Labor für Teilchenphysik CERN ¹ der Elektron-Positron Speicherring LEP ² seinen Betrieb auf. Bis zum Herbst 1995 wurden dort von vier Experimenten (ALEPH, DELPHI, L3 und OPAL) e^+e^- -Annihilationen bei einer Schwerpunktsenergie von ca. 91 GeV untersucht, sodaß Präzisionsmessungen am neutralen Strom der schwachen Wechselwirkung vorgenommen werden konnten. Darüberhinaus bietet die Paarvernichtung von e^+e^- bei diesen Energien ideale Voraussetzungen zum Studium der perturbativen QCD. Begünstigt durch den hohen Wirkungsquerschnitt auf der Z-Resonanz ($\approx 30nb$) konnte jedes LEP Experiment etwa $5 \cdot 10^6$ hadronische Ereignisse messen.

Seit dem Oktober 1995 befindet sich der LEP Beschleuniger in seiner 2. Ausbaustufe, in der die Schwerpunktsenergie sukzessive auf ca. 200 GeV erhöht werden soll. Im Zuge dessen kam es bis zum Sommer 1997 zu Messperioden bei Energien von 130, 136, 161, 172 und 184 GeV. Dies ermöglichte im Juli '96 die erste Paarerzeugung von W -Bosonen, und somit die direkte Überprüfung der vorausgesagten Eichboson-Selbstwechselwirkung in der schwachen Wechselwirkung.

Die Hoffnung auf spektakuläre Entdeckungen (Higgs, SUSY-Teilchen) konnte bisher noch nicht erfüllt werden. Falls auch die maximale Schwerpunktsenergie von LEP 2 dafür nicht ausreicht, ruhen alle diesbezüglichen Hoffnungen auf dem LHC ³. Der Haupteffekt, der bei e^+e^- -Speicherringen auf die maximale Schwerpunktsenergie begrenzend wirkt, ist die Synchrotronstrahlung ($\sim E_{CM}^4$). Dies macht immer größere technische Anstrengungen an den Resonatoren nötig, um den Teilchenstrahlen die verlorengegangene Energie wieder zuzuführen. Tritt die Bremsstrahlung jedoch unmittelbar vor der Wechselwirkung auf, so ist die für die Annihilation zur Verfügung stehende Schwerpunktsenergie herabgesetzt (sog. ISR⁴-Ereignisse). Da der Wirkungsquerschnitt

¹Conseil Européen pour la Recherche Nucleaire

²Large Elektron Positron Collider

³Large Hadron Collider

⁴Initial State Radiation

dieses Prozesses proportional zum Wirkungsquerschnitt der e^+e^- -Annihilation bei der verminderten Energie ist, war auf der Z -Resonanz dieser Effekt vernachlässigbar klein. Oberhalb davon wird jedoch eine beträchtliche Anzahl von Ereignissen betroffen, man spricht von “radiativ return” Events, da diese bevorzugt zum Z -Peak zurückkehren. Ein weiterer vollkommen neuer Aspekt von LEP 2 besteht in dem schon erwähnten Auftreten von W -Ereignissen als Untergrund in QCD Analysen ab der “Schwelle” von 161 GeV (und ZZ Ereignisse ab 182 GeV). Desweiteren kommt der $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt in die Größenordnung des $q\bar{q}$ -Wirkungsquerschnittes.

Diese Untergrundprozesse, zusammen mit dem um ca. drei Größenordnungen verringerten hadronischen Wirkungsquerschnitt, stellen die großen Herausforderungen von Physikanalysen bei der gestiegenen Schwerpunktsenergie dar. Selbst bei Eintreten der optimistischen Prognose einer integrierten Luminosität von 500 pb^{-1} werden lediglich einige 10^4 QCD Ereignisse bei hohen Energien beobachtet werden können. Der Schwerpunkt der QCD Analysen wird dadurch nicht auf Präzisionsmessungen liegen können, sondern vor allem die QCD Voraussagen bezüglich der *Energieabhängigkeit* zahlreicher Größen überprüfen. Im Falle der starken Kopplung stellt dies ca. einen 10 % Effekt dar, was im Vergleich zur bisherigen Unbestimmtheit dieser Parameters ($\approx 5\%$) an der Grenze der experimentellen Auflösung zu liegen scheint. Hier, wie bei zahlreichen anderen Untersuchungen der Energieabhängigkeit, ist jedoch zu beachten, daß ein Großteil des Fehlers systematischer Natur ist, und somit bei geeigneter Analyse zwischen den verschiedenen Energien vollkommen korreliert ist. Desweiteren nehmen Hadronisierungseffekte mit wachsender Energie ab. Neben genuinen QCD Effekten, wie der “laufenden” Kopplung α_s , können hadronische Endzustände auch durch die Energieabhängigkeit der Flavour-Produktionsraten mit der Schwerpunktsenergie variieren (grob gesprochen dominieren up und charm in einigem Abstand zur Z -Resonanz, da der Photonaustausch die $2/3$ geladene Quarks begünstigt). QCD Effekte können nur untersucht werden, falls die betreffenden Observablen auf diesen Effekt unempfindlich sind, oder sein Einfluß modelliert werden kann.

Diese Analyse untersucht inklusive Verteilungen hadronischer Ereignisse (Rapidität, Impuls, ξ_p und Transversalimpulse). Die Messung dieser Observablen bei den DELPHI Hochenergiedaten ermöglicht unter Einbeziehung von Niederenergieexperimenten die Untersuchung der Energieabhängigkeit in einem Bereich von 14 bis 172 GeV. Inklusive Verteilungen sind infrarot- und kollinear Divergent, und stellen dadurch sensible Tests für Fragmentationsmodelle dar. Neben dem Vergleich mit Monte Carlo Generatoren existieren zudem für einige Observable analytische Vorhersagen auf Partonniveau. Zusammen mit dem Konzept der LPHD⁵ führt dies zu der Möglichkeit einer Untersuchung, inwieweit die Struktur hadronischer Ereignisse durch die Dynamik des Partonschauers geprägt wird.

⁵Local Parton Hadron Duality

In Kapitel 1 wird eine grobe Skizze des Standardmodells und insbesondere der QCD gegeben, während das folgende Kapitel die betrachteten Observablen diskutiert. Kapitel 3 ist der relativistischen Kinematik der ISR gewidmet, und der folgende Abschnitt einigen technischen Fragen der Datenkorrektur. Kapitel 5 wird einen Überblick über den Aufbau des DELPHI-Detektors vermitteln, bevor im Folgenden die eigentliche Datenanalyse (Ereignisselektion und Ergebnisse) vorgestellt wird.

Kapitel 1

Theorie

1.1 Das Standardmodell

Ein etwas vorschnippischer Philosoph, ich glaube Hamlet, Prinz von Dänemark, hat gesagt, es gebe eine Menge von Dingen im Himmel und auf Erden, wovon nichts in unseren Kompendiis steht. Hat der einfältige Mensch, der bekanntlich nicht recht bei Trost war, damit auf unsere Kompendia der Physik gestichelt, so kann man ihm getrost antworten: Gut, aber dafür steht auch wieder eine Menge von Dingen in unseren Kompendiis, wovon weder im Himmel noch auf der Erde etwas vorkömmt.

G.Ch. Lichtenberg [1]

Die moderne Elementarteilchenphysik ist in der Sprache der Quantenfeldtheorie formuliert. Die fundamentalen Objekte dieser Theorie sind die sog. Quantenfelder, d.h. Linearkombinationen von Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren. Diese erhöhen oder verringern auf einen Eigenzustand des Hamiltonian angewendet die Energie des Feldes um einen diskreten Betrag. Diese Feldquanten, bzw. Anregungszustände des Feldes, können im Falle des quantisierten Diracfeldes (“Materiefeld”) mit den Teilchen der nichtrelativistischen Quantenmechanik identifiziert werden. Im Falle von quantisierten Kraftfeldern wird man auf das Konzept der Austauschbosonen als Vermittler der Kraftwirkungen geführt[2].

Eine Aufklärung zahlloser *Eigenschaften* von Materie konnte mit der Annahme von elementaren Konstituenten (im obigen Sinne) erzielt werden. Diese Suche nach Bestandteilen von Materie führte in den letzten 30 Jahren zur Einführung der bislang letzten Substruktur, den Quarks als Konstituenten der stark wechselwirkenden Teilchen (Hadronen). Von diesen “Teilchen” wurde in den Beschleunigerexperimenten der 50er Jahre eine immere größere Anzahl entdeckt, und ihre Klassifikation erfolgte lediglich phänomenologisch in Mesonen (mittelschwere Teilchen) und Baryonen (schwere Teilchen).

Im naiven (da wechselwirkungsfreien) Quarkbild bestehen Baryonen jedoch aus drei Quarks, und Mesonen aus Quark und Antiquark. Als Gell-Mann und

Zweig[3] Anfang der 60er Jahre diesen Vorschlag machten genügten drei verschiedene Quarksorten (sog. Flavours), um die bekannten Hadronen auf diese Weise zu beschreiben, mittlerweile geht man von sechs Quarkflavours aus. Das "Periodensystem der Elementarteilchen" nimmt damit unter Vernachlässigung von (wichtigen) Details die folgende Form an:

$$\begin{aligned} \text{Leptonen : } & \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} \\ \text{Quarks : } & \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Den drei Leptonfamilien mit Elektron, Myon und Tau, sowie den zugehörigen Neutrinos, stehen die sechs "Quarkflavour" (up, down, charm, strange, top und bottom) gegenüber. Außerdem nimmt man für jedes dieser Materiekonstituenten noch ein Antiteilchen an. Hinzukommen die sog. Eichbosonen, Anregungszustände des quantisierten Kraftfeldes, deren Erzeugung und Vernichtung ("Austausch") für die Wechselwirkung verantwortlich gemacht wird: acht Gluonen für die starke Wechselwirkung, W^+ , W^- und Z (schwache Wechselwirkung), sowie dem Photon als Vermittler der elektromagnetischen Wechselwirkung. Die Anordnung der Fermionen in Zweiergruppen ("Dubletts bzgl. des schwachen Isospins") spielt darauf an, daß die zusammengefassten Teilchen durch die schwache Wechselwirkung ineinander umgewandelt werden können. Demgegenüber ist die Anzahl von gerade *drei* Familien diesen Typs ein experimenteller Befund, der theoretisch noch unverstanden ist. Für die Konstruktion der gesamten uns umgebenden Welt genügen die Elemente der ersten Generation: up und down, sowie Elektron und Elektronneutrino. Alle anderen Elementarteilchen sind kurzlebig, sodaß ihr Nachweis in der Regel nur in kosmischer Höhenstrahlung und bei Experimenten der Hochenergiephysik gelingt.

Eines der wichtigsten Resultate von LEP war die Bestimmung der Anzahl masseloser Neutrino-generationen aus der Z -Zerfallsbreite zu drei. Somit kann angenommen werden, daß es keine weiteren Leptongenerationen gibt. Da die Renormierung der sog. Dreiecksanomalie eine gleiche Anzahl von Lepton- und Quarkgenerationen erfordert, sollte deren Anzahl nach heutigem Verständnis ebenfalls genau drei betragen[7].

1.1.1 Eichtheorien

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik, welches die Wechselwirkungen zwischen den obigen Teilchen beschreibt, umfaßt die Glashow-Salam-Weinberg Theorie der Vereinheitlichung von elektromagnetischer- und schwacher Kraft [4], sowie die Quantenchromodynamik (QCD)[6] für die starke Wechselwirkung. Seine größte Attraktivität gewinnt das Standardmodell aus dem Umstand, daß all diese Theorien sog. Eichtheorien sind, d.h. aus der Forderung

lokaler Eichinvarianz unter einer bestimmten Liegruppe (der sog. Eichgruppe), und dem Prinzip der minimalen Kopplung aus der Diracgleichung gewonnen werden können. Der Zusammenhang zwischen *globalen* Transformationen und Erhaltungsgrößen (etwa im Noetherschen Theorem ausgedrückt) hat dabei als Vorbild gedient, und Herman Weyl hat 1929 im Zusammenhang mit der Allgemeinen Relativitätstheorie als erster auf diesen geometrischen Aspekt der Dynamik hingewiesen. Gestattet man nämlich an jedem Raum-Zeit Punkt unabhängige Transformationen, erzwingt die *lokale* Symmetrie Wechselwirkungsterme. Diese Eichgruppen sind die $SU(3)_{color}$ im Falle der QCD, sowie die $SU(2)_I \times U(1)_Y$ im Falle des Glashow-Weinberg-Salam Theorie. Die Eichtransformationen wirken dabei auf Zustandsräumen bezüglich der Eigenschaften “Farbe”, “schwacher Isospin” (I) bzw. “schwache Hyperladung” (Y). Einer genaueren Diskussion der QCD ist der nächste Abschnitt gewidmet, ein kurzer Überblick über den elektroschwachen Anteil des SM soll im folgenden gegeben werden.

Die einzigen freien Parameter der QCD sind die 6 Quarkmassen, sowie die Kopplungsstärke α_s . Im Fall der $SU(2)_I \times U(1)_Y$ führt die reine Eichinvarianzforderung jedoch zu Schwierigkeiten, denn diese erfordert die Masselosigkeit der Austauschteilchen, und ebenso erfordert die Einordnung der Fermionen in Dubletts des schwachen Isospins, daß ihre Massen übereinstimmen. Dies ist etwa für die Leptonen offensichtlich nicht erfüllt, denn während die gemessenen Neutrinomassen mit $m_\nu = 0$ verträglich sind, sind die Massen von Elektron, Myon und Tau nicht verschwindend. Die Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung sind ebenfalls massiv, sodaß beide Forderungen verletzt scheinen.

1.1.2 Der Higgsmechanismus

Eine Lösung für dieses Problem besteht in der Einführung eines weiteren Feldes, des sog. Higgsfeldes. Obwohl sein Potential invariant unter den Eichtransformationen ist, bedeutet die Auswahl eines Potentialminimums (“Vakuumserwartungswert”) für die Formulierung einer Störungstheorie, daß diese Eichsymmetrie verborgen ist (“spontane Symmetriebrechung”). Dieser Higgsmechanismus erzeugt Massenterme für die Intermediären Vektorbosonen der schwachen Wechselwirkung. Die Fermionenmassen werden ebenfalls durch Wechselwirkung mit den Higgsfeld erzeugt, oder anders ausgedrückt: die Teilchenmassen sind die Kopplungskonstanten an das Higgsfeld. Im Falle der Quarks ist die Situation dabei komplizierter als für die Leptonen, bei denen jeweils ein Mitglied des Dubletts Masselos ist. Der Mechanismus, der die Quarkmassen generiert muß berücksichtigen, daß die d , s und b Quarks als Masseneigenzustände *keine* Eigenzustände bezüglich des schwachen Isospin sind, da schwache Zerfälle, wie etwa der des Lambda, ein s -Quark in ein u -Quark (also scheinbar das Mitglied eines anderen Dubletts!) überführen. Vielmehr sind geeignete Linearkombinationen der Masseneigenzustände in das Isospindublett einzuordnen. Die

lineare Abbildung, die diese Quarkmischung beschreibt, ist die sog. Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM-) Matrix. Diese unitäre 3×3 Matrix kann durch 4 Größen parametrisiert werden, üblicherweise wählt man drei Winkel und eine Phase.

Dieser Bereich (Higgssektor und Mischungsmatrix) ist somit für die meisten freien Parameter des Standardmodells verantwortlich. Das gesamte Standardmodell steht oder fällt nun mit dem Nachweis des Quants des Higgsfeldes, des sog. Higgs(-teilchens). Sein experimenteller Nachweis konnte bisher noch nicht erbracht werden!

1.1.3 Parameter des Standardmodells

In der sog. minimalen Form enthält das Standardmodell 18 freie Parameter, die direkt oder indirekt aus dem Experiment gewonnen werden müssen:

- 3 Kopplungskonstanten
- 9 Fermionenmassen
- 4 Parameter der CKM-Matrix
- 2 Parameter des Higgspotentials

Durch Annahme einer komplizierteren Struktur des Higgs wird diese Anzahl noch vergrößert. Falls Spekulationen über endliche Neutrinomassen ihre experimentelle Bestätigung fänden, würde sich die Anzahl freier Parameter ebenfalls noch um drei zusätzliche Massen, sowie vier Parameter der nun erforderlichen leptonschen CKM-Matrix erhöhen [5].

1.2 Quantenchromodynamik

In den letzten beiden Jahrzehnten hat sich die Quantenchromodynamik [6] als Theorie der starken Wechselwirkung etabliert. In ihr wird die Kraft zwischen Quarks und Gluonen durch die Kopplungsstärke α_s charakterisiert. Quarks sind Fermionen, und die Lagrangedichte der QCD kann aus der Diracgleichung gewonnen werden, wenn die Invarianz unter lokalen $SU(3)$ Transformationen gefordert wird. Diese Transformationen wirken auf den Farbanteil des Zustandes, einem zusätzlichen Freiheitsgrad von Quarks. Die Invarianz wird durch die "minimale Kopplung" eines Eichfeldes realisiert. In diesen Ausdruck gehen die Generatoren der Eichgruppe und ebensoviele Vektorfelder ein, die in Verallgemeinerung des Vorgehens in der QED¹ als Potentiale des Eichfeldes gedeutet werden.

¹Quantenelektrodynamik

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{QCD} &= \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a(x)F^{\mu\nu,a}(x) \\ \text{mit: } F_{\mu\nu}^a(x) &= D_\mu A_\nu^a(x) - D_\nu A_\mu^a(x) \text{ "Eichfelder"} \\ D_\mu &= \partial_\mu - ig_s \frac{\lambda_a}{2} A_\mu^a(x) \text{ "kovariante Ableitung"} \\ \psi(x) &= \text{Quarkfelder} \\ \lambda_a &= \text{Generatoren der SU(3)} \\ g_s &= \text{starke Kopplungsstärke} \end{aligned}$$

Die QCD ist somit in voller Analogie zur Quantenfeldtheorie der elektromagnetischen Wechselwirkung konstruiert, obwohl sich aus der nichtabelschen Natur der Eichgruppe entscheidende Unterschiede ergeben. Diese hat etwa zur Folge, daß in der Lagrangedichte nicht nur quadratische Terme in den Eichfeldern auftreten, sondern auch in 3^{ten} und 4^{ten} Potenzen. In die Sprache der Feynmangraphen übersetzt entspricht dies dem Tripel- und Viergluonvertex.

1.2.1 "laufende" Kopplungsstärke α_s

Die Selbstwechselwirkung der Austauschbosonen hat zum Beispiel drastische Auswirkungen auf die vorhergesagte Q^2 Abhängigkeit der starken Kopplungskonstanten: Ähnlich wie in der QED wird die Kopplungsstärke durch Korrekturen aus Schleifendiagrammen energieabhängig. Im Gegensatz zur QED führt dies im Fall der starken Wechselwirkung jedoch auf "asymptotische Freiheit" (d.h. des verschwindens der Kopplung im Limes steigenden Impulsübertrages). Technisch ausgedrückt folgt diese Eigenschaft daraus, daß für den Gluonpropagator nicht nur Korrekturen aus Fermionloops (wie im QED Fall), sondern auch aus Gluonloops berücksichtigt werden müssen. Diese tragen aber gerade mit umgekehrten Vorzeichen bei. In der Einschleifennäherung ergibt sich folgender Ausdruck für die Q^2 Abhängigkeit (μ^2 beliebige Referenzskala)

$$\begin{aligned} \alpha_s(Q^2) &= \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \beta \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi} \ln(Q^2/\mu^2)} \quad (1.1) \\ \text{mit: } \beta &= \frac{33 - 2n_f}{3} \end{aligned}$$

Diese Beziehung beschreibt also die Änderung der starken Kopplung relativ zu ihrem Wert bei einer Referenzenergie μ . Üblicherweise wird Gleichung (1.1) noch umformuliert, indem der Impuls auf den sog. Skalenparameter der QCD bezogen wird. Ab diesem Wert wird der Ausdruck für α_s singularär.

$$\Lambda^2 = \mu^2 \cdot \exp\left(-\frac{1}{C \cdot \alpha_s(\mu^2)}\right)$$

mit $C = \beta/4\pi$. Dann folgt die bekannte Beziehung:

$$\alpha_s(Q^2, \Lambda) = \frac{4\pi}{\beta \cdot \ln(Q^2/\Lambda^2)} \quad (1.2)$$

Dieser Skalenparameter Λ kann in der QCD nicht berechnet werden, sein experimenteller Wert liegt bei einigen hundert MeV [7]. Jenseits der oben betrachteten “Einschleifennäherung” tritt in der Definition des Skalenparameter eine Abhängigkeit vom verwendeten Renormierungsschema auf, denn ebenfalls wie im QED Fall haben Korrekturen aus Schleifendiagrammen nicht nur energieabhängige endliche Anteile, sondern sind ultraviolett divergent. Die Renormierung der Theorie gelingt durch Umparametrisierung der Felder und Kopplungen, jedoch besteht dabei eine gewisse Willkür in der Behandlung der endlichen Anteile. Die Wahl des Renormierungsschemas wird in der Regel durch einen Index kenntlich gemacht (etwa: $\Lambda_{\overline{MS}}$ für das \overline{MS} -Schema²). Diese Abhängigkeit ist natürlich unphysikalisch, und fällt bei der Betrachtung *physikalischer Observablen* wieder heraus, da alle Felder und Kopplungen konsistent umparametrisiert werden.

Man liest aus Gleichung (1.2) ab, daß erst ab einer Flavouranzahl $n_f = 16$ die Kopplungsstärke α_s mit wachsender Energie ebenfalls ansteigt. Durch diesen Umstand erklärt sich auch der Erfolg des naiven Quarkmodells, welches die Wechselwirkung unter den Partonen nicht berücksichtigt. Auf der anderen Seite wird dieses Anwachsen der Kopplung bei kleinem Q^2 bzw. steigendem Abstand dafür verantwortlich gemacht, daß man farbgeladenen Zustände (etwa Quarks selber) nicht als freie Teilchen nachweisen kann (“confinement”).

Eine unangenehme Folge des Anwachsens der Kopplungsstärke besteht darin, daß jede Störungsreihe in Potenzen von α_s für niedrige Impulsüberträge zusammenbricht, da die vorausgesetzte Kleinheit des Entwicklungsparameters nicht mehr vorliegt (anders ausgedrückt: die Gleichung (1.2) ist nur für $Q^2 \gg \Lambda^2$ gültig). Die bei der Behandlung der QED so erfolgreiche Störungstheorie stößt hier also gerade dort an ihre Grenzen, wo die Verbindung zum Experiment besteht, nämlich bei der Entstehung der beobachtbaren (farbneutralen) Hadronen. Dieser nichtperturbative Prozess kann bislang nur numerisch (Stichwort: Gittereichtheorie) oder phänomenologisch (Stichwort: Monte-Carlo Methoden) *beschrieben* werden.

1.2.2 Raum-Zeit Bild der QCD Bremsstrahlung

Der dominante Effekt der Vielteilchenproduktion bei Prozessen wie der e^+e^- Annihilation ist die Abstrahlung von Gluonen im Parton Schauer. Das differentielle Spektrum der Gluonbremsstrahlung ist durch folgende Beziehung gegeben [23]:

²Modified Minimal Substraction Scheme

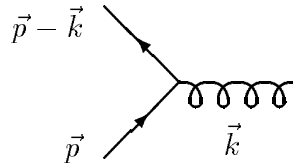
$$dw^{q \rightarrow qg} = \frac{\alpha_s(k_\perp^2)}{4\pi} 2C_F \left[1 + \left(1 - \frac{k}{E} \right)^2 \right] \frac{dk}{k} \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^2} \quad (1.3)$$

Diesem Ausdruck liest man ab, daß die Wahrscheinlichkeit der Gluonemission unter großen Winkeln (und damit einer Mehrjetttopologie) durch den Faktor α_s unterdrückt ist. Der größte Anteil der Gluonbremsstrahlung wird unter kleinen Winkeln erfolgen ($k_\perp \ll k \ll E$), und zu keinem weiteren Jet beitragen. Diese Abstrahlung führt jedoch zu einer Zunahme der Teilchenmultiplizität im ursprünglichen Jet.

Um zu entscheiden inwiefern die perturbative Behandlung dieses Prozesses sinnvoll ist, ist es nützlich, die beteiligten Zeitskalen genauer zu betrachten. Das Zeitintervall für eine Gluonemission (“formation time”) kann wie folgt abgeschätzt werden:

$$t_{\text{form}} \approx \frac{k}{k_\perp^2} \quad (1.4)$$

Die Motivation dieser Beziehung kann auf verschiedene Weisen geschehen, etwa in der nicht-kovarianten quantenmechanischen Störungstheorie [8]. Betrachten wir ein Quark mit Impuls \vec{p} , daß ein Gluon mit Impuls \vec{k} abstrahlt.



Die Formationszeit kann nach der Unschärferelation als Kehrwert der Energieunschärfe dargestellt werden:

$$t_{\text{form}} = \frac{1}{\Delta E} \approx \frac{1}{|\vec{p}| - (|\vec{p} - \vec{k}| + |\vec{k}|)} \quad (1.5)$$

Dabei wurde die Quarkmasse vernachlässigt, sodaß die Beträge der räumlichen Impulse der Energie entsprechen. Es gilt:

$$|\vec{p} - \vec{k}| \approx |\vec{p}| \sqrt{1 - \frac{2\vec{p}\vec{k}}{p^2}}$$

wobei die Bedingung $k \ll E$ eingeht. Entwickeln der Wurzel führt auf:

$$|\vec{p} - \vec{k}| \approx |\vec{p}| - \frac{\vec{p}\vec{k}}{|\vec{p}|}$$

Setzt man dieses Resultat in Gleichung (1.5) ein gewinnt man:

$$t_{\text{form}} = \frac{|\vec{p}|}{|\vec{p}\vec{k} - |\vec{p}||\vec{k}||} \approx \frac{2|\vec{p}|}{|\vec{p}||\vec{k}|\theta^2} \approx \frac{|\vec{k}|}{k_{\perp}^2}$$

Hier geht die Näherung $k_{\perp} \approx \theta k$ ein, desweiteren wurde bei dieser qualitativen Argumentation der Faktor 2 unterdrückt.

Diese Zeit muß deutlich unter der Hadronisierungszeit liegen, um Gluonen als unabhängige farbgeladene Objekte in der störungstheoretischen QCD beschreiben zu können. Die Hadronisierungszeit liegt jedoch in der Größenordnung $t_{\text{had}} \approx kR^2$ [23], mit k dem Impuls des Gluon und R der typischen Ausdehnung eines Hadrons ($R \approx 1fm$). Daraus liest man ab, daß für Gluonen die Bedingung:

$$k_{\perp} > R^{-1} \quad (1.6)$$

gelten muß, um nicht nur in einem formalen Sinne (“ α_s klein”) die Anwendung der Störungstheorie zu rechtfertigen.

Kohärenzeffekte

Kohärenzeffekte, daß heißt Phänomene, die durch das Zusammenwirken mehrerer Partonen auftreten, zählen zu den wichtigen Vorhersagen der perturbativen QCD. Sie fallen in zwei Klassen:

- **Interjet Kohärenz**
Diese betreffen die Winkelstruktur und den Fluß weicher Teilchen beim Auftreten von drei oder mehr Jets. Wichtigster Vertreter dieser Klasse ist der sog. String- oder Drageffekt, das heißt die verringerte Hadronproduktion im Bereich zwischen Quark Jets im Vergleich zu der Region zwischen Quark und Gluonjet
- **Intrajet Kohärenz**
Der wichtigste Kohärenzeffekt *innerhalb* eines Jets besteht in der sog. “Winkelordnung” der Gluonemission. Darunter versteht man, daß die sukzessive Gluonbremsstrahlung eines Quark aufgrund destruktiver Interferenz unter immer kleineren Winkeln erfolgen muß.

Das Phänomen der Winkelordnung erlaubt ein intuitives Verständnis, und ist das QCD Analogon zum Chudakov Effekt der QED. Dazu betrachten wir die oben gewonnene Abschätzung für die Formationszeit eines abgestrahlten Feldquants, in diesem Zusammenhang eines Photons. Diese kann verwendet werden

um die transversale Auflösung des abgestrahlten Teilchens anzugeben:

$$\lambda_{\perp} \approx \theta \cdot t_{\text{form}}$$

Dabei mißt θ den Winkel zum Elektron, welches sich im QED Schauer vom betreffenden Positon in transversaler Richtung um die Strecke $\rho_{\perp} = t_{\text{form}} \cdot \theta_{e^+e^-}$ entfernt. Daraus liest man jedoch ab:

$$\rho_{\perp} \approx \lambda_{\perp} \frac{\theta_{e^+e^-}}{\theta}$$

Somit wächst die Auflösung des Photons gerade dann über die transversale Separation von e^+e^- falls $\theta > \theta_{e^+e^-}$ gilt. In diesem Fall kommt es jedoch zu keiner Bremsstrahlung, da die totale Ladung des Systems e^+e^- null ist.

Während dieser Mechanismus Gluonenemission unter immer *kleineren Winkeln* erzwingt, begünstigt die Beziehung (1.6) die Emission mit *großem* Transversalimpuls. Als Folge dieser beiden gegenläufigen Tendenzen vermehren sich im Partonschauer nicht die energieärmsten Teilchen am effektivsten, sondern jene in einem mittleren Energiebereich. Dies manifestiert sich etwa im ξ Spektrum als charakteristisches “hump backed Plateau”. Die Beobachtung dieses Phänomens in *hadronischen* Spektren stützt das Konzept der sog. “Lokalen Parton Hadron Dualität”.

1.2.3 Lokale Parton Hadron Dualität

Zum jetzigen Zeitpunkt gestattet die QCD keine Berechnung eines hadronischen Endzustandes. Die Anwendung störungstheoretischer Verfahren setzt die Verwendung zusätzlicher Annahmen über den Mechanismus der Hadronisierung voraus.

Das einfachste Herangehen besteht darin, die langreichweitigen Effekte zu vernachlässigen, und perturbative Vorhersagen direkt mit gemessenen hadronischen Verteilungen zu vergleichen. Diese Methode wurde mit großem Erfolg bei der Betrachtung totaler Wirkungsquerschnitte und Jetraten angewendet. Eine weitere Verallgemeinerung besteht in der Anwendung dieses Verfahrens auf Observable für die endliche Vorhersagen in der perturbativen QCD gewonnen werden können. Bekanntestes Beispiel ist die Größe Thrust (siehe Kapitel 2), und auch dieses Vorgehen führt zu sinnvollen Aussagen: es verbleibt eine Hadronisierungskorrektur in der Größenordnung von 10%.

Schließlich stellte sich die Frage, inwieweit dieser Vergleich bis auf die Ebene von Hadronen und Partonen selbst angestellt werden kann. Dies führt auf das Konzept der *lokalen* Dualität zwischen diesen Bereichen. Zu diesem Zweck werden inklusive Spekten untersucht. Diese Observablen sind infrarotdivergent, da einzelne Teilchenspuren direkt eingehen. Vorhersagen dieser Größen auf Parton Niveau müssen dabei für einen quantitativen Vergleich die führenden

Beiträge aller Ordnungen berücksichtigen, etwa in der Modified-Leading-Log-Approximation (MLLA). Diese Rechnungen hängen wie erwähnt explizit von Q_0 (dem cut-off für den Transversalimpuls des abgestrahlten Gluons, seiner “effektiven Masse”) ab. Es zeigt sich jedoch, daß eine physikalisch motivierte Wahl dieses Parameters in der Größenordnung der Masse der stabilen Teilchen eine verblüffende Übereinstimmung zwischen partonischen und hadronischen Spektren ergibt. Lediglich eine *energieunabhängige* Normierungskonstante muß an die Daten angepasst werden.

Dieser Erfolg begründet die Annahme einer “lokalen Parton Hadron Dualität” (LPHD)[20, 21, 23]. Ihr liegt zugrunde, daß sich die Fragmentation lokal vollzieht (also ohne langreichweitige Effekte). Die auf diese Weise erzeugten Hadronen tragen noch Informationen des “partonischen Skeletts” des Ereignisses. Charakteristisch ist, daß die Skala bis zu der der Parton Schauer geführt wird sehr niedrig liegt (einige hundert MeV), wohingegen Monte Carlo Generatoren typischer Weise ab einer minimalen Virtualität von einem GeV Hadronisierung und Resonanzzerfälle anschließen. Letztere werden im MLLA/LPHD Konzept nicht explizit berücksichtigt. Es wird angenommen, daß diese im Mittel durch die partonische Entwicklung repräsentiert werden [24]. Die LPHD behauptet also, daß die Struktur hadronischer Endzustände weitgehend durch die Dynamik der perturbativen Phase geprägt wird.

Kritik am LPHD Konzept

Es soll an dieser Stelle nicht verschwiegen werden, daß gegen das LPHD Konzept schwerwiegende Einwände erhoben werden können. Vor allem die Vernachlässigung der Resonanzzerfälle steht in offensichtlichem Konflikt mit physikalischer Intuition und experimenteller Datenlage. Zum Beispiel gestattet das Studium von Zerfällen schwerer Quarks die Trennung von primär erzeugten Hadronen, und solchen aus Resonanzzerfällen. Letztere weisen ein erheblich weicherer Impulsspektrum auf, und im Falle identifizierter Protonen zeigt sich sogar eine deutliche “zweipeak” Struktur der ξ_p Verteilung [27]. Man würde erwarten, daß sich das LPHD Konzept nur auf primär erzeugte Teilchen anwenden ließe. Ebenfalls stammt ein Großteil der Pionen aus Resonanzzerfällen, sodaß gegen die physikalisch motivierte Wahl des cut-off Parameters in der Größenordnung der Teilchenmasse argumentiert werden kann.

Wie kann unter diesen Umständen die Ähnlichkeit von gemessenen ξ_p Verteilungen und den in der MLLA gerechneten verstanden werden? Diese Ähnlichkeit besteht also *nicht* zwischen der hadronischen-, und der ihr zugrundeliegenden (“wahren”) partonischen Verteilung, denn diese erfährt durch die eben beschriebenen Effekte offensichtlich eine Verschiebung zu kleineren Impulsen (die also *nicht* durch eine Normierung beschrieben werden kann). Vielmehr bedeutet der Erfolg des MLLA/LPHD Konzeptes, daß die beobachteten Spektren durch MLLA Spektren parametrisiert werden können. Diese partonischen

Spektren sind im strengen Sinne unphysikalisch, da auf sehr kleinen Skalen gewonnen. Unter Umständen ist die Möglichkeit Pionische Spektren, bzw. solche aller geladenen Teilchen, auf diese Weise zu beschreiben, auch rein zufällig. In *diesem* Fall könnte die Übereinstimmung zwischen MLLA Rechnungen und hadronischen Verteilungen auch nicht als Hinweis auf Kohärenzeffekte gedeutet werden, und tatsächlich wird in Referenz [28] diskutiert, inwiefern die beobachteten Merkmale der ξ_p Verteilung und ihres Maximums auch auf Grundlage eines reinen Phasenraummodells verstanden werden können. Im Falle der Multiplizität wird dieser Ansatz noch in jüngster Zeit verfolgt [29]. Es ist durchaus möglich, daß Kohärenzeffekte zwischen Partonen *einigen* Effekten auf Hadronlevel zugrunde liegen (etwa dem Drageffekt), *andere* Merkmale jedoch weitgehend durch Fragmentation und Zerfälle dominiert werden. In diesem Sinne muß die LPHD Hypothese für *jede Observable* unabhängig geprüft werden.

Die eigentliche Stärke des LPHD Konzeptes besteht darin, daß ihre Beschreibung hadronischer Spektren nur von einer *geringen* Anzahl freier Parameter (Λ_{eff} , Q_0 und einer Normierung) abhängt. Der effektive Skalenparameter, der durch Anpassung der MLLA Vorhersagen an hadronische Spektren gewonnen werden kann, hat dabei jedoch nur die Bedeutung eines phänomenologischen Parameters. Für eine α_s Bestimmung ist er ungeeignet (siehe hierzu auch Kapitel 2).

1.3 Die e^+e^- -Annihilation

Am LEP Speicherring wird die Paarvernichtung von Elektronen und Positronen untersucht. Mögliche Endzustände dieser Reaktion sind:

Paarerzeugung von Bosonen

Die e^+e^- Annihilation erlaubt die Erzeugung von $\gamma\gamma$, W^+W^- und $Z Z$. Die Erzeugung zweier Photonen erfolgt in erster Ordnung über den Austausch eines Elektrons. Beiträge der schwachen Wechselwirkung gehen erst mit α^4 ein. Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt gilt näherungsweise [9]:

$$\frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma)}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{s} \left(\frac{1 + \cos^2\theta}{1 - \cos^2\theta} \right) \quad (1.7)$$

Hadronische Endzustände dieses Prozesses sind Untergrund bei QCD Analysen.

Zur W^+W^- Paarerzeugung tragen drei Borngraphen bei: Z oder Photon Austausch im s-Kanal, und Neutrinoaustausch im t-Kanal. Erst die Summe aller beteiligten Graphen führt zur endlichen Vorhersage des Standardmodells. Die W^+W^- zerfallen entweder in hadronische Endzustände ($q\bar{q}q\bar{q}$), semileptonische

Endzustände ($q\bar{q}l\bar{l}$) oder rein leptonisch ($l\bar{l}l\bar{l}$). Das Verzweigungsverhältnis beträgt bei den hier betrachteten Energien näherungsweise 5:4:1 [48].

Paarerzeugung von Leptonen

Selbstverständlich können die Endzustände der e^+e^- -Annihilation auch wieder Leptonpaare sein, also entweder e^+e^- , $\mu^+\mu^-$, $\tau^+\tau^-$ oder Neutrinopaare $\nu\bar{\nu}$. Die Erzeugung von $\mu^+\mu^-$ und $\tau^+\tau^-$ erfolgt dabei sehr ähnlich, wohingegen bei e^+e^- -Erzeugung Anfangs- und Endzustand identisch sind, und somit Photon oder Z sowohl im s-, als auch im t-Kanal ausgetauscht werden können.

Paarerzeugung von Quarks

Näherungsweise 70% der Endzustände der e^+e^- -Annihilation sind hadronisch, erfolgen also über die $q\bar{q}$ -Erzeugung. Dieser Prozeß ist bei LEP Energien in idealer Weise geeignet um Vorhersagen der perturbativen QCD zu testen, da die QCD Skala (bei der die störungstheoretische Reihe nicht mehr erklärt ist) in der Größenordnung von einigen hundert MeV liegt.

Im Prozeß $e^+e^- \rightarrow$ Hadronen können 4 Stufen unterschieden werden:

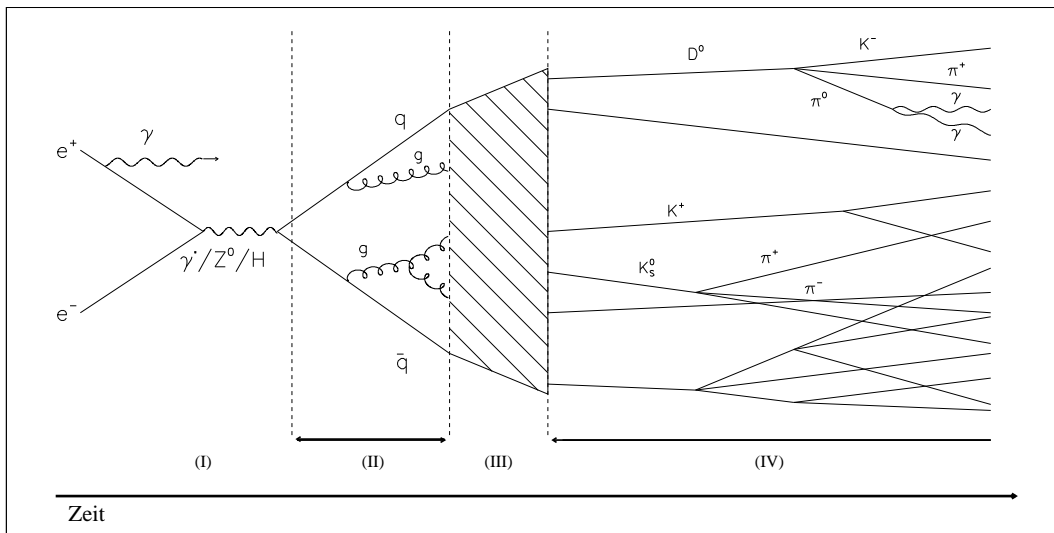


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung des Hadronisierungsprozesses

1. Anihilation von e^+e^-

Elektron und Positron annihilieren und koppeln über den Austausch eines Photons, Z oder eines Higgs an ein Quark-Antiquark Paar. Dieser

Prozeß wird durch die Elektroschwache Theorie beschrieben.

2. Gluonbremstrahlung und weitere $q\bar{q}$ -Erzeugung

Diese Quarks könne Gluonen abstrahlen, ebenfalls kann es zur erneuten Paarbildung ($g \rightarrow q\bar{q}$) kommen, bzw. zum Prozeß $g \rightarrow gg$

3. Hadronisierung

Dieser Vorgang erfolgt solange, bis die Energie der Partonen gering genug ist um stabile Bindungszustände einzugehen, nämlich die prinzipiell beobachtbaren Hadronen. Dieser Vorgang ist der perturbativen QCD nicht zugänglich und wird durch phänomenologische Modelle beschrieben.

4. Zerfall kurzlebiger Hadronen

Zahlreiche dieser Hadronen sind jedoch ihrerseits wiederum nur kurzlebig, sodaß lediglich ihre Zerfallsprodukte im Detektor nachgewiesen werden können.

1.3.1 Monte Carlo Methoden

Der vollständige Prozeß der Hadronerzeugung in e^+e^- -Annihilation wird mit sog. Monte Carlo Programmen (oder Ereignis Generatoren) simuliert. Vergleiche zwischen verschiedenen Modellen und den Daten gestatten die Anpassung der Modellparameter (“Tuning”) und die Bewertung der zugrundeliegenden phänomenologischen Konzepte. Zum anderen erlauben Monte Carlo Studien zusammen mit Detektorsimulationen die Hadronisierung- und Akzeptanzkorrektur der Daten (siehe hierzu auch Kapitel 4).

Die 1. Phase der e^+e^- -Annihilation wird gemäß der elektroschwachen Theorie unter Berücksichtigung von Strahlungskorrekturen implementiert.

Die perturbative Phase

Die Behandlung der 2. Phase ist der perturbativen QCD prinzipiell zugänglich, und sog. Matrix Element (ME) Monte Carlo verwendet dieses Verfahren. Da jedoch vollständige Rechnungen aller beteiligten Prozesse (bisher) nur in 2. Ordnung Störungstheorie vorliegen, kann auf diese Weise eine maximale Multiplizität von nur vier *Partonen* erzielt werden. Bei LEP Energien mit *Hadron*multiplizitäten von ca. 40 hat sich dies als nicht ausreichend erwiesen. Aus diesem Grund wird in der Regel das Partonschauer (PS) Monte Verwendung. Es beruht ebenfalls auf QCD Rechnungen und berücksichtigt führende Effekte

höherer Ordnungen. Durch die Wahl eines geeigneten Entwicklungsparameters wird ein probabilistisches Bild des Vorgangs aufrecht erhalten. Der Impuls wird unter den Quarks und Gluonen gemäß der Altarelli-Parisi Gleichung [10] aufgeteilt:

$$\frac{dP_{a \rightarrow bc}}{dt} = \int \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} P_{a \rightarrow bc}(z) dz$$

Für die sog. “Splitting Kernels” gilt:

$$P_{q \rightarrow qg} = C_F \frac{1+z^2}{1-z}$$

$$P_{g \rightarrow gg} = N_C \frac{(1-z+z^2)^2}{z(1-z)}$$

$$P_{g \rightarrow q\bar{q}} = T_R(z^2 + (1-z)^2)$$

mit $t = \ln(Q^2/\Lambda^2)$, $C_F = 4/3$, $N_C = 3$ und $T_R = n_f/2$. Tochterparton b erhält den Bruchteil z , und Tochterparton c den Anteil $(1-z)$ einer geeignet zu wählenden Impulsvariablen. In der genauen Definition dieser Größe unterscheiden sich die verschiedenen PS Generatoren [14]. Die Integration über z wird erst ab einem cut-off Parameter Q_0 durchgeführt, der als eine fiktive Gluonmasse interpretiert werden kann. Dadurch werden die Infrarotsingularitäten der Splittingkernel umgangen.

Zusätzlich können “Kohärenz Effekte” berücksichtigt werden (coherent PS im Gegensatz zum incoherent PS), wie etwa die Winkelordnung der Gluonbremsstrahlung. Der gesamte Prozeß erfolgt bis zu einer “minimalen Virtualität” Q_0 der Partonen in der Größenordnung von einem GeV.

Ein abweichendes Verfahren zur Vielteilchenerzeugung besteht darin, jedes Paar farbgeladener Partonen als Farbdipol aufzufassen, anstatt (wie bisher beschrieben) jedes Parton als unabhängigen Gluonstrahler zu behandeln [11]. Eine Reihe von Kohärenzeffekten wird bei diesem Ansatz automatisch berücksichtigt.

Hadronisierungsmodelle

Zur Beschreibung der eigentlichen Hadronerzeugung schließlich stehen nur phänomenologische Modelle zur Verfügung, da wie bereits mehrfach erwähnt die Störungsentwicklung nur bei hohen Impulsüberträgen erklärt ist. Der früheste Ansatz für die Fragmentation war die sog. “independent fragmentation”. Von Krywicki und Peterson bzw. Finkelstein und Peccei aufgebracht, verhalfen ihr Field und Feynman [13] zu großer Beachtung. Bei ihr bildet jedes Quark seinen eigenen Jet, indem es ein Antiquark aus der Vakuumfluktuation aufgreift, und das andere Quark zurücklässt. Das Impulsverhältnis zwischen so gebildetem

Meson und verbleibendem Quark wird durch eine Fragmentationsfunktion beschrieben. Dieses Modell hat sich aus der Beschreibung hadronischer Jets bei Nukleon-Nukleon Stößen entwickelt, und lässt die hier “perturbativ” genannte Phase aus. Ebenfalls beinhaltet es in seiner ursprünglichen Version keine Gluonen. Der Zusammenhang zwischen der Fragmentationsfunktion $f(z)$ (also der Wahrscheinlichkeit ein Quark mit Impulsanteil $(1 - z)$ zurückzulassen, und der (prinzipiell) experimentell zugänglichen Hadronimpulsverteilung $F(z)$ ist durch folgende Integralgleichung gegeben:

$$F(z) = f(z) + \int_z^1 f(1 - \eta)F(z/\eta) \frac{d\eta}{\eta} \quad (1.8)$$

Field und Feynman [13] machten den Ansatz:

$$f(z) = 1 - a + 3(1 - z)^2$$

Eine andere Fragmentationsfunktion und ihre zugehörige Hadronimpulsverteilung, die diese Gleichung erfüllen, wird im Kapitel 2 im Zusammenhang mit der Rapidität diskutiert.

Einen alternativen Zugang wählt das LUND Modell [15] [16]. In ihm wird die Hadronisierung durch die Dynamik eines “String” beschrieben, der sich im Parton Schauer zwischen den farbgeladenen Quarks und Gluonen Partonen ausbildet. Dieses Konzept ist QCD-motiviert, da sich aufgrund der Gluon-Selbstkopplung die Farbfeldlinien zu einer Flußröhre zusammenziehen. Harte Gluonen werden durch eine “Schleife” in diesem String beschrieben. Sie tragen zwei Farbindizes und sind mit einem Quark *und* Antiquark verbunden. Unter der Annahme, daß dieser String eine konstante Energie pro Einheitslänge aufweist erwartet man einen linearen Anstieg des QCD Potentials mit dem Abstand (“linear Confinement”). Gitterrechnungen stützen dieses Szenario, und für die “Saitenspannung” wird typischerweise ein Wert in der Größenordnung von $\kappa \approx 1 \text{ GeV/fm}$ ($\approx 0.2 \text{ GeV}^2$) gewählt. Ab einem gewissen Abstand bricht dieser String auf, wobei neue Quark Antiquark Paare erzeugt werden. Die Wahrscheinlichkeit für diesen Prozeß wird in Analogie zum quantenmechanischen Tunneleffekt durch folgenden Ausdruck gegeben (m_\perp “transversale Masse”):

$$\exp\left(-\frac{\pi m_\perp^2}{\kappa}\right) = \exp\left(-\frac{\pi m^2}{\kappa}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\pi p_\perp^2}{\kappa}\right)$$

Durch die Faktorisierung von Massen- und Transversalimpulsanteil wird ein flavourunabhängiges p_\perp Spektrum erzielt. Umgekehrt gestattet der Massenterm eine Unterdrückung der Produktion schwerer Quarks. Erlaubt man durch diesen Mechanismus nicht nur die $q\bar{q}$, sondern auch die Diquark-Antidiquark Produktion (gemäß ihrer effektiven Massen), so bietet sich auch ein einfacher Ansatz für die bisher noch wenig verstandene Baryonproduktion. Wiederum wird die (Longitudinal-)Impulsaufteilung durch eine Fragmentationsfunktion

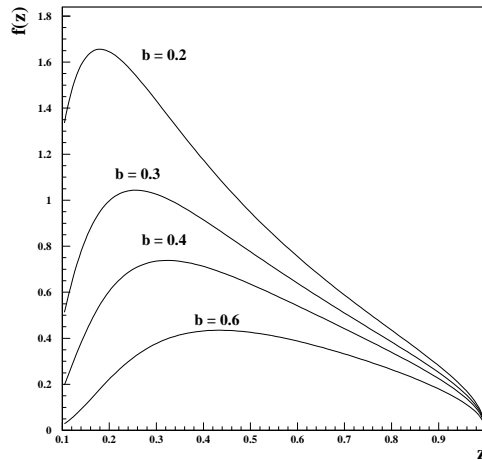


Abbildung 1.2: Lund Fragmentationsfunktion

beschrieben, deren funktionale Form jedoch durch weitere Modellannahmen bis auf zwei (hochgradig korrelierte) Parameter festgelegt ist.

Ihr Form ist:

$$f(z) = \frac{(1-z)^a}{z} \cdot \exp(-bm_{\perp}^2/z)$$

Abbildung 1.2 stellt ihren Verlauf für $a=0.5$ und verschiedene Werte des Parameters b dar.

Ein drittes Modell, welches ohne Fragmentationsfunktionen und spezielle Annahmen über die Erzeugung von Transversalimpulsen auskommt, ist das "Cluster-Modell" der Hadronisierung. In ihm werden am Ende der perturbativen Phase alle Gluonen in Quark-Antiquark Paare aufgespalten, die sich dann nach Nähe im Phasenraum zu farbneutralen Zuständen verbinden ("Preconfinement"). Diese farbneutralen Cluster zerfallen dann im wesentlichen isotrop in je zwei beobachtbare Hadronen.

Der Zerfall der kurzlebigen Hadronen schließlich wird in den Ereignisgeneratoren mit Hilfe experimentell bestimmter Verzweungsverhältnisse implementiert.

Modellvergleich

Es zeigt sich, daß Matrix Element (ME) Monte Carlo und "incoherent" PS Monte Carlo im allgemeinen eine geringere Übereinstimmung mit den Daten erzielen können. Im Falle des ME Monte Carlo ist dies offensichtlich eine Folge

der zu diesem Zeitpunkt noch unvollständigen Berechnungen. Für die Analyse von 4-Jet Ereignissen bei LEP 2 gibt es jedoch die Anregung auch ME Monte Carlo anzuwenden, um zwischen $q\bar{q}$ und WW Ereignissen zu unterscheiden. Die Multiplizität muß hier jedoch für jede Energie angepasst werden [12]. Im Falle der Modelle die Kohärenzeffekte nicht berücksichtigen ist die Situation anders einzuschätzen. Diese können als durch die Daten falsifiziert betrachtet werden.

Die verbreitetsten Generatoren sind zur Zeit ARIADNE[11], JETSET [17] und HERWIG[18]. Letztere unterscheiden sich im wesentlichen durch die Harmonisierung: JETSET verwendet String-, während HERWIG Cluster Fragmentation ausführt. Das ARIADNE Programm hingegen verwendet den Dipolansatz in der perturbativen Phase, und das (Jetset-)Stringmodell in der Fragmentation.

Kapitel 2

Observablen in der e^+e^- -Annihilation

Das oben skizzierte Dilemma, nämlich einer Welt von Hadronen, und einer Theorie von Quarks und Gluonen, erschwert den experimentellen Test von Vorhersagen der QCD natürlich beträchtlich. Von Interesse sind deshalb Observablen, bei denen die Hadronisierungseffekte abgeschätzt werden können. Sinnvolle Forderung hierfür ist sicherlich, daß für diese Größen endliche Vorhersagen in der störungstheoretischen QCD bestehen. Zwei Quellen von Divergenzen bei der Berechnung von QCD Prozessen sind die Abstrahlung weicher Gluonen, sowie die Emission von Gluonen unter sehr kleinen Winkeln (kollineare Gluonen). Größen, die gegen beide Effekte unempfindlich sind, bezeichnet man auch als Infrarot- und Kollinearitätssicher. Eine der ersten Observablen dieser Art war der von Serman und Weinberg [19] vorgeschlagene “physikalische” Zweijet-Wirkungsquerschnitt. In diesem werden partonische Endzustände zusammengefaßt, falls sie entweder in einen kleinen Kegel um das initiale Quark fallen, oder deren Energie einen bestimmten Bruchteil unterschreitet. Dies ist sinnvoll, da bei geeigneter Wahl der Parameter (Öffnungswinkel und Energiebruchteil) diese partonischen Zustände auf Hadronniveau nicht unterschieden sind. Der so definierte *partonische* Wirkungsquerschnitt ist frei von Divergenzen, und man erwartet, daß die entsprechende *hadronische* Größe Korrekturen in der Form inverser Potenzen der Schwerpunktennergie durch die Hadronisierung erfährt [35]. Diese Observablen sind für eine Überprüfung der Theorie im Bereich *hoher* Impulsüberträge geeignet.

Eine andere Möglichkeit zur quantitativen Überprüfung von QCD Vorhersagen bietet das Konzept der “Lokalen Parton Hadron Dualität” (Siehe Kapitel 1). Danach sollen inklusive Verteilungen auf Parton- und Hadronlevel lediglich durch einen *energieunabhängigen* Normierungsfaktor unterschieden sein. Für diese Annahme fanden sich bisher zahlreiche experimentelle Hinweise [22, 38, 34]. Diese Tests betreffen “infrarot sensitive” Größen, und können in diesem Sinne als Überprüfung der QCD für den Bereich *niedriger* Impulsüberträge

betrachtet werden.

Man unterscheidet zwischen Eventshapevariablen und inklusiven Verteilungen. In erstere gehen die Informationen eventweise ein, wohingegen Observablen letzteren Typs für jede Teilchenspur einzeln berechnet werden.

2.1 Eventshape Variablen

Die ersten Jets in der e^+e^- -Annihilation wurden 1975 am SPEAR bei einer Schwerpunktsenergie von ca. 7 GeV nachgewiesen[30]. Dies gelang mit Hilfe der Observablen Sphericity:

$$S = \frac{3}{2} \left[1 - \max_{\vec{n}} \frac{\sum_i (\vec{p}_i \cdot \vec{n})^2}{\sum_i p_i^2} \right],$$

wobei die Maximierung sich auf die Wahl des Vektors \vec{n} bezieht, und die Summe über alle Teilchenimpulse eines Events läuft. Ab der oben erwähnten Schwerpunktsenergie konnte ein charakteristisches Abfallen der Sphericity verzeichnet werden, wohingegen ihr Wert für eine homogene Impulsverteilung bei eins liegt.

2.1.1 Thrust, Major, Minor & Oblateness

Da in die Sphericity die Impulse quadratisch eingehen, ist sie offensichtlich sensitiv für die Aufteilung eines Endzustandes in 2 Parallele. Dies bedeutet jedoch, daß es für diese Größe in der perturbativen QCD keine endliche Vorhersage gibt. Deshalb ist die Variable Thrust vorgeschlagen worden:

$$T = \max_{\vec{n}} \left\{ \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \right\} = \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}_{Thrust}|}{\sum_i |\vec{p}_i|}$$

Der Einheitsvektor, der T maximiert, definiert die "Thrustachse" \vec{n}_{Thrust} . Der Wertebereich von T liegt zwischen 0.5 und 1. Diesen Maximalwert nimmt der Thrust im Falle eines idealen 2-Jet Ereignisses (im Schwerpunktsystem) an. Die Thrustachse weist in diesem Fall also in die Richtung des primär erzeugten Quark-Antiquark Paares. Die Abweichung der typischerweise betrachteten Größe $\langle 1 - T \rangle$ von 0 ist also ein Maß für die Zunahme des Transversalimpulses in der Hadronisierung und den Anteil von Ereignissen mit drei und mehr Jets.

Mit Hilfe des gleichen Ausdrucks kann auch die Observable Major berechnet werden, nur daß an die Richtung \vec{n}_{Major} zusätzlich die Bedingung $\vec{n}_{Major} \perp \vec{n}_{Thrust}$ gestellt wird.

$$M = \max_{\vec{n}} \left\{ \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \Big| \vec{n} \perp \vec{n}_{Thrust} \right\} = \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}_{Major}|}{\sum_i |\vec{p}_i|}$$

Somit erklären die Richtungen \vec{n}_{Major} und \vec{n}_{Thrust} die Ereignisebene. Man definiert die Observable Minor (m), indem man die obige Summe über den Vektor $\vec{n}_{\text{Minor}} = \vec{n}_{\text{Major}} \times \vec{n}_{\text{Thrust}}$ laufen läßt.

$$m = \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}_{\text{Minor}}|}{\sum_i |\vec{p}_i|}$$

Die Observable Oblateness(O) ist erklärt als $O = M - m$

2.2 Inklusive Verteilungen

Eine der einfachsten Größen dieser Art ist der skalierte Impuls:

$$x_p = \frac{|\vec{p}|}{|\vec{p}_{\text{beam}}|}$$

Diese Skalenvariable mißt den Impulsanteil eines Hadron am initialen Quark bzw. Antiquark. Jede Parametrisierung der Fragmentation verwendet ähnliche Bildungen, etwa:

$$z = \frac{(E + p_{\parallel})_{\text{Hadron}}}{(E + p_{\parallel})_{\text{Quark}}} \quad (2.1)$$

Der skalierte Impuls ist die experimentell zugängliche Größe diesen Typs.

2.2.1 ξ_p

Die Größe ξ_p ist prinzipiell nur eine andere Darstellung des skalierten Impulses:

$$\xi_p = \ln \frac{1}{x_p}$$

Mit ihrer Hilfe kann der Bereich kleiner Impulse untersucht werden. Ihre Bedeutung liegt nicht zuletzt darin, daß es für sie auf Parton Niveau eine Vorhersage in der störungstheoretischen QCD gibt. Zusammen mit dem Konzept der LPHD (siehe Kapitel 1) führt diese zur Möglichkeit eines experimentellen Tests. In die analytische Vorhersage [23] für die ξ_p -Verteilung gehen zwei Parameter ein: die QCD Skala Λ_{eff} , und ein Abschneideparameter für den Transversalimpuls der Partonen Q_0 . Dieser Wert wird in Spektren identifizierter Hadronen mit deren Masse in Verbindung gebracht ($m_h \approx Q_0$). Im Falle der annähernd masselosen Pionen, bzw. nichtidentifizierter geladener Hadronen, legt das LPHD Konzept einen Vergleich mit dem sog. "limited spectrum" ($\Lambda = Q_0$) nahe [37]. Seine Form kann durch eine Gaussverteilung mit höheren

Momenten angenähert werden [23]:

$$\frac{dN}{d\xi_p} = \frac{N(Y)}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{k}{8} - \frac{s\delta}{2} - \frac{(2+k)\delta^2}{4} + \frac{s\delta^3}{6} + \frac{k\delta^4}{24}\right) \quad (2.2)$$

mit: $Y = \ln(E_{\text{beam}}/\Lambda_{\text{eff}})$, und

$$\begin{aligned} \langle \xi \rangle &= \text{Maximum in führender Ordnung} \\ \delta &= \frac{\xi - \langle \xi \rangle}{\sigma} \\ \sigma &= \text{Breite} \\ s &= \text{Schräge} \\ k &= \text{Kurtosis} \\ N &= \text{Multiplizität} \end{aligned}$$

Wie die Namen andeuten gestattet die ‘‘Schräge’’ die Beschreibung unsymmetrischer Verteilungen, sowie die ‘‘Kurtosis’’ eine Deformierung in Nähe des Maximum mit Vorzeichenwechsel der zweiten Ableitung. Diese Funktion besitzt also *fünf freie Parameter*.

Fong und Webber haben $\langle \xi \rangle$, σ , s und k unter Berücksichtigung nächstführender Korrekturen gerechnet [32]. Mit $\beta = 11 - 2n_f/3$, $\rho = 11 + 2n_f/27$ und $\omega = 1 + n_f/n_c^3$ findet man ¹:

$$\begin{aligned} \langle \xi \rangle &= \frac{1}{2}Y \left(1 + \frac{\rho}{24}\sqrt{\frac{48}{\beta Y}}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega}{6Y}\right) + \mathcal{O}(1) \\ \sigma &= \sqrt{\frac{Y}{3}} \cdot \left(\frac{\beta Y}{48}\right)^{1/4} \cdot \left(1 - \frac{\beta}{64}\sqrt{\frac{48}{\beta Y}}\right) \cdot \left(1 + \frac{\omega}{8Y}\right) + \mathcal{O}(Y^{-1/4}) \\ s &= -\frac{\rho}{16}\sqrt{\frac{3}{Y}} \cdot \left(\frac{48}{\beta Y}\right)^{1/4} \cdot \left(1 + \frac{\omega}{4Y}\right) + \mathcal{O}(Y^{-5/4}) \\ k &= -\frac{27}{5Y} \left(\sqrt{\frac{\beta Y}{48}} - \frac{\beta}{24}\right) \cdot \left(1 + \frac{5\omega}{12Y}\right) + \mathcal{O}(Y^{-3/2}) \end{aligned}$$

Diese Ausdrücke sind Funktionen von Y , und damit des effektiven Skalenparameters. Als freie Parameter verbleiben somit die Multiplizität $N(Y)$ und der Skalenparameter Λ_{eff} , sowie der Korrekturterm $\mathcal{O}(1)$ für $\langle \xi \rangle$. Diese Funktion besitzt also *drei freie Parameter*.

Seine Form besitzt ein ausgeprägtes Maximum (‘‘hump backed’’) Plateau, da aufgrund destruktiver Interferenz der abgestrahlten Gluonen lediglich Bremsstrahlung unter immer kleineren Winkeln möglich ist (‘‘Winkelordnung’’).

Zum Studium der Energieabhängigkeit interessiert man sich für das Maximum der ξ_p Verteilung (ξ^*). Für dieses gibt es auf der oben erwähnten Grundlage folgende Vorhersage:

$$\xi^*(Y) = 0.5 \cdot Y + \sqrt{C} \cdot \sqrt{Y} - C + \mathcal{O}(Y^{-3/2}) \quad (2.3)$$

¹Die Faktoren die von ω abhängen modifizieren das für Gluonjets gewonnene Resultat für Quarkjets!

$$\text{mit : } C = \frac{\rho^2}{48\beta}$$

C hat den Wert 0.2915 im Falle von drei aktiven Flavours. Diese Anzahl erscheint sinnvoll, da die leichten Quarks die Paarproduktion in der Partonkaskade dominieren, aber diese Abhängigkeit ist ohnehin klein ($C(n_f = 5) = 0.3513$). Somit hängt das *Maximum* praktisch nur vom Skalenparameter Λ_{eff} ab. Mit wachsender Energie soll es sich dieser Vorhersage nach zu grösseren ξ_p -Werten bzw. kleineren Impulsen verschieben.

Die Abnahme der Zählraten bei kleinen x_p Werten erwartet man selbstverständlich auch auf der Grundlage eines reinen Phasenraummodells [35]. Sie würde in diesem Fall jedoch bei Energien auftreten, die proportional zur Teilchenmasse sind, also $x_p \sim m/E_{CM}$. Die Variation von ξ^* mit der Energie würde sich demnach wie $\ln E_{CM}$ verhalten. Die Vorhersage dieses inkohärenten Parton Shower Modells kann somit durch folgenden funktionalen Zusammenhang mit der Energie ausgedrückt werden[36]:

$$\xi^*(Y) = Y + b \quad (2.4)$$

Dieser Anstieg ist stärker als im kohärenten Parton Shower Szenario, da die Abstrahlung weicher Gluonen nicht der Winkelordnung unterliegt.

Der Vergleich gemessener hadronischer Spektren mit gerechneten partonischen Verteilungen, sowie die Energieevolution von ξ^* , gestattet also eine Überprüfung des Konzeptes der LPHD, sowie die Bestimmung des effektiven Skalenparameters der QCD.

Die Bedeutung von Λ_{eff}

Der Skalenparameter Λ_{eff} hängt mit der starken Kopplung gemäß der Beziehung

$$\alpha_s = \frac{2\pi}{\beta \cdot \ln(E_{\text{beam}}/\Lambda_{\text{eff}})}$$

zusammen[22]. Dies gestattet die Skalenabhängigkeit von Beziehung (2.3) durch α_s auszudrücken:

$$\frac{\partial \xi^*}{\partial Y} = \frac{1}{2} + \frac{\rho}{8} \sqrt{\frac{\alpha_s}{6\pi}} + \mathcal{O}(\alpha^{3/2})$$

Prinzipiell mißt die Steigung der Funktion $\xi^*(Y)$ also die starke Kopplung, jedoch besteht eine Unbestimmtheit in der relevanten Energieskala um einen Faktor 2 [22]. Die Arbeit von Fong und Webber [32] verwendet nicht $Y = \ln(E_{\text{beam}}/\Lambda_{\text{eff}})$ (wie ähnliche Analysen [38, 34]), sondern $Y = \ln(E_{\text{cm}}/\Lambda_{\text{eff}})$. Darauf bezieht sich die Einschränkung “effektiv” im Unterschied zu einem präzise definierten Parameter wie etwa $\Lambda_{\overline{MS}}$. Da zudem der systematische Fehler der LPHD Hypothese nur ungenau abgeschätzt werden können, handelt es

sich bei Λ_{eff} um einen phänomenologischen Parameter, der für eine Bestimmung von α_s ungeeignet ist.

Ebenfalls ist darauf hinzuweisen, daß der auf diese Weise gewonnene Skalenparameter von den betrachteten Teilchensorten abhängt. Einige Autoren (etwa [37]) bezeichnen den Parameterwert, der aus der Betrachtung aller geladenen Spuren gewonnen wird (wie in dieser Analyse) als Λ_{ch} , wohingegen die Skala, die die Pion Spektren beschreibt mit Λ_{eff} bezeichnet wird. Ganz allgemein finden sich mit zunehmender Masse der betrachteten (identifizierten) Hadronen immer grössere Λ Werte. Der typische Λ_{ch} Wert liegt etwa bei ≈ 250 MeV, wohingegen die Spektren der annähernd masselosen Pionen mit $\Lambda \approx 150$ MeV beschrieben werden können. Dies geht auf den Anteil von ungefähr 10% massiver Hadronen in der geladenen Multiplizität zurück. Diese Abhängigkeit von der betrachteten Teilchensorte ist physikalisch offensichtlich unbefriedigend. Tatsächlich ist sie eine Folge davon, daß (2.3) in der "limited Spektrum" Näherung gewonnen wurde ($\Lambda_{\text{eff}} = Q_0$). Der cut-off Parameter sollte die Abhängigkeit von der betrachteten Teilchensorte enthalten, was in (2.3) durch einen zusätzlichen Summanden berücksichtigt werden kann [22].

2.2.2 Impuls

Neben dem skalierten Impuls x_p , der erst einen sinnvollen Vergleich großer Impulswerte bei verschiedenen Energien gestattet, kann der differentielle Wirkungsquerschnitt in $|\vec{p}|$ zum Studium von Kohärenzeffekten im weichen Teil des Impulsspektrums verwendet werden. Die von Theoretikern bevorzugte Variable ist das Lorentzinvariante Phasenraumelement $E \frac{dn}{d^3p}$. Tatsächlich dargestellt werden kann der in p einfach differentielle Wirkungsquerschnitt. Integration über die Impulsrichtung liefert:

$$\frac{dn}{d^3p} = \frac{1}{4\pi p^2} \frac{dn}{dp}$$

Für den Ausdruck $\frac{dn}{dp}$ gibt es auf der Grundlage der MLLA/LPHD folgende Vorhersage [25] (mit: $\beta = 11 - 2n_f/3$, $\rho = 11 + 2n_f/27$, $t = \log(\sqrt{p^2 + Q_0^2}/Q_0)$ und $Y = \log(E_{CM}/2Q_0)$)

$$\frac{dn}{dp}(p) = K_h \left[\frac{\log(E_{CM}/2E) + \lambda}{Y + \lambda} \right]^{\rho/\beta} \cdot A \quad (2.5)$$

mit:

$$A = \frac{32 \log(1 + t/\lambda)}{3E\beta} \cdot \left(1 + \left(\frac{12}{\beta} \int_0^t \log\left(1 + \frac{x}{\lambda}\right) \log\left(\frac{Y-t}{x+\lambda}\right) dx / \log(1 + t/\lambda) \right) \right)$$

Dabei ist Q_0 der cut-off Parameter für den Transversalimpuls (es gilt: $p = \sqrt{E^2 - Q_0^2}$) und $\lambda = \log(Q_0/\Lambda_{\text{eff}})$. Die Normierung K_h vermittelt gemäß des LPHD Konzeptes zwischen Parton- und Hadronverteilung. Die Abbildung 2.1 zeigt den Verlauf dieser Funktion für verschiedene Energien (volle Linien) bei $Q_0 = 270$ MeV und $\lambda = 0.001$. Die gestrichelten Linien in Abb. 2.1 sind durch Variation des Parameters λ bei $E_{\text{CM}} = 100$ GeV und ebenfalls $Q_0 = 270$ MeV gewonnen worden. Es zeigt sich eine Universalität kleiner Impulse (≈ 100 MeV) bei allen Energien, da diese 'langwelligen' Gluonen die Substruktur des Systems nicht auflösen können. Diese Strahlung erfolgt kohärent von der *gesamten* Farbladungsquelle, und ist somit von der E_{CM} unabhängig. Der Wert von λ steuert die Höhe dieses Impulsbereiches. Dabei ist der Limes $\lambda \rightarrow 0$ nicht mit dem oben erwähnten "limited Spectrum" ($Q_0 = \Lambda_{\text{eff}} \Leftrightarrow \lambda = 0$) zu verwechseln. Bei letzterem geht technisch ausgedrückt die Näherung $\lambda = 0$ von Beginn an ein. Beziehung (2.5) ist für $\lambda = 0$ im übrigen singular.

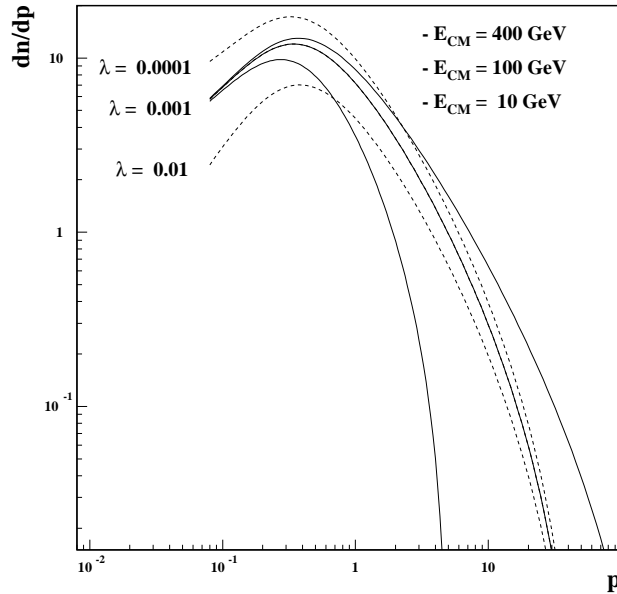


Abbildung 2.1: MLLA Vorhersage für dn/dp

Bei der Herleitung dieser Beziehung gehen jedoch ebenfalls Näherungen ein, die ihre Anwendbarkeit auf den Impulsbereich bis ≈ 1 GeV beschränken. Aus diesem Grund ist es auch von nur eingeschränktem Wert, die Beziehung (2.5) in einen Ausdruck für $dn/d\xi_p$ zu übersetzen ([26]).

2.2.3 p_{\parallel} , p_t , p_t^{in} & p_t^{out}

Inklusive Verteilungen, deren Definition jedoch auf Eventshapegrößen zurückgreifen, sind die Transveral- und Longitudinalimpulse, sowie die Rapidität. Die Definition dieser Größen zeichnet eine “Ereignisrichtung” aus (d.h. eine Richtung bezüglich der die Longitudinalimpulse maximiert sind). Dafür wird entweder die Thrust- oder die Sphericityachse gewählt.

Dieser Einfluß der Impulse *aller* Teilchen wurde im Sinne des Konzeptes inklusiver Verteilungen kritisiert, siehe etwa [20] für eine alternative Definition der Rapidität.

Die Wahl dieser Achse wird in der Regel durch einen Index an der entsprechenden Observablen gekennzeichnet. Die folgenden Definitionen übertragen sich sinngemäss auf die Sphericityachse.

$$p_{\parallel} = \vec{p} \cdot \vec{n}_{\text{Thrust}}$$

Da Vektoren senkrecht zu \vec{n}_{Thrust} bezüglich \vec{n}_{Major} und \vec{n}_{Minor} orthogonal zerlegt werden können, gewinnt man für den Transversalimpuls die Darstellung:

$$p_t = \sqrt{(p_t^{\text{in}})^2 + (p_t^{\text{out}})^2}$$

mit:

$$\begin{aligned} p_t^{\text{in}} &= \vec{p} \cdot \vec{n}_{\text{Major}} \\ p_t^{\text{out}} &= \vec{p} \cdot \vec{n}_{\text{Minor}} \end{aligned}$$

Diese Größen messen also den Transversalimpuls innerhalb der Eventebene, bzw. aus ihr herausweisend.

Das Studium dieser Observablen hat eine bedeutende Rolle bei dem experimentellen Nachweis der Gluonen gespielt. Die 3 Jet-Events die am e^+e^- -Speicherring PETRA² bei einer Schwerpunktenergie von 13 und 17 GeV im Jahre 1979[31] gefunden wurden, sind geradezu ein bildhafter Beweis für die Existenz von “bosonischen Partonen”, jedoch fallen in der Regel zwei der drei Jets dicht zusammen (“Fat Jet”). Allerdings wiesen auch diese Ereignisse eine deutliche Zunahme des Transversalimpulses innerhalb der Ereignisebene auf, und keine isotrope Zunahme im Sinne eines naiven Phasenraummodells. Im QCD-Szenario mit Gluon-Bremsstrahlung ist dies eine triviale Folge aus der Impulserhaltung im $q\bar{q}g$ -System.

2.2.4 Rapidität

Die Rapidität ist definiert als:

$$y = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}}$$

²Positron-Electron Tandem Ring Accelerator

Sie besitzt die interessante Eigenschaft, daß unter Lorentztransformationen entlang der Ereignisachse jedes Teilchen denselben y -offset gewinnt (mit anderen Worten verhält sich die Rapidität also wie eine nicht-relativistische Geschwindigkeit). Unter Ausnutzung der Beziehung:

$$(E + p_{\parallel})(E - p_{\parallel}) = M^2 + p_{\perp}^2 \equiv M_{\perp}^2 \text{ "transversale Masse"}$$

Kann die Rapidität auch in der Form:

$$y = \ln \frac{E + p_{\parallel}}{M_{\perp}}$$

geschrieben werden. Der Höchstwert beträgt somit $y_{max} = \ln(E_{CM}/M)$. Der typische Verlauf der differentiellen Rapiditätsverteilung dN/dy zeigt einen flachen Bereich bei niedrigen Werten (Rapiditätsplateau). In ihm gilt offensichtlich $E \gg p_{\parallel}$, und die Energie ist im wesentlichen durch Masse und Transversalimpuls des Teilchens bestimmt. Mit $y \rightarrow y_{max}$ zeigt die Verteilung einen raschen Abfall: nur bei wenigen Teilchen wird die Energie durch den Longitudinalimpuls dominiert.

Dieser Verlauf kann verstanden werden, wenn man folgenden Ansatz für die

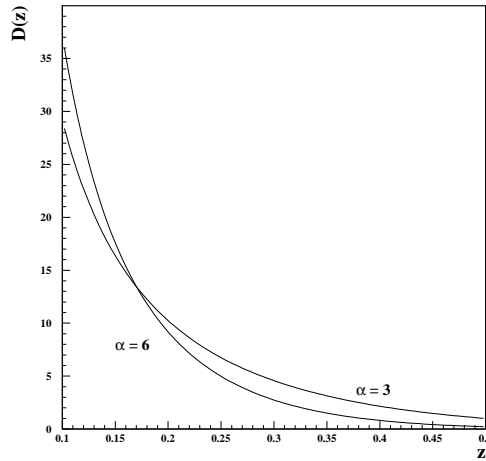


Abbildung 2.2: Impulsverteilung der Hadronen im IF Modell

Impulsverteilung der Hadronen wählt [9]:

$$D(z) = \frac{dN}{dz} = (1 + \alpha) \frac{(1 - z)^\alpha}{z} \quad (2.6)$$

mit: z wie in (2.1)

Der Verlauf dieser Funktion ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Die spezielle Form

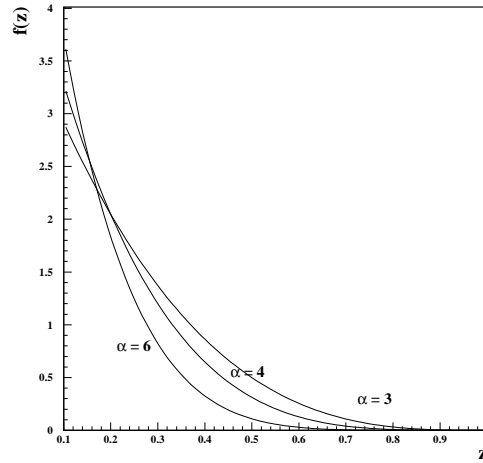


Abbildung 2.3: Fragmentationsfunktion im IF Modell

dieser Impulsverteilung der Hadronen folgt im “Independent Fragmentation” Modell aus der Annahme einer Fragmentationsfunktion (also der Impulsaufteilung in der Fragmentation) von der Gestalt:

$$f(z) = (1 + \alpha)(1 - z)^\alpha \quad (2.7)$$

$D(z)$ und $f(z)$ erfüllen die Integralgleichung (1.8) des Field/Feynman Modells. Der Graph dieser Fragmentationsfunktion ist in Abbildung 2.3 dargestellt.

Unter Vernachlässigung des Transversalimpulses der initialen Quarks kann der Nenner der Skalenvariablen z auch durch E_{CM} ersetzt werden, wodurch folgt:

$$y \approx \ln(E + p_{\parallel}) - \ln(M) \approx \ln(z E_{\text{CM}}) - \ln(M)$$

Nach z aufgelöst ergibt sich $z = e^y M / E_{\text{CM}}$. Für die differentielle Rapiditätsverteilung gewinnt man dadurch folgenden Ausdruck:

$$\frac{dN}{dy} = \frac{dN}{dz} \frac{dz}{dy} = (1 + \alpha) \left(1 - \frac{e^y M}{E_{\text{CM}}}\right)^\alpha \quad (2.8)$$

Mit einem festen Wert α führt dies bei Variation der Energie zur einer Kurvenschar wie in Abbildung 2.4 b). Man erkennt, daß die Höhe des Plateaus durch $1 + \alpha$ gegeben ist, wie Abbildung 2.4 a) veranschaulicht.

Der Verlauf der *beobachteten* Rapiditätsverteilung zeigt mit wachsender Energie den erwartete Zunahme der Plateaulänge, jedoch steigt ebenfalls die Höhe

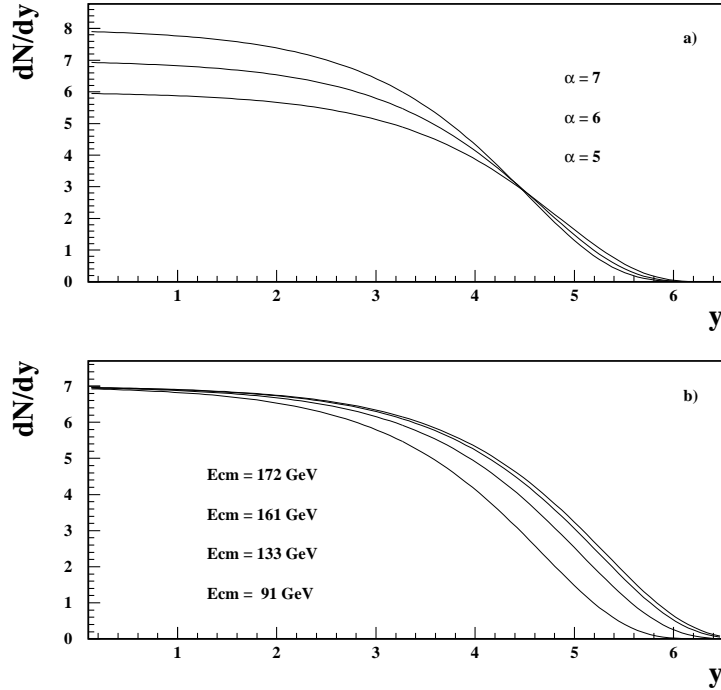


Abbildung 2.4: Rapidity für verschiedene α -Werte, und bei Variation der Energie im IF Modell

des Rapidityplateaus an. Dieser Effekt entspricht in unserem Modell einer Energieabhängigkeit des Parameters α in der Fragmentationsfunktion. Nach heutigem Verständnis ist dies unter anderem eine Folge der Gluonstrahlung (“QCD-Skalenverletzung”).

Ebenfalls findet dieses Phänomen seinen Niederschlag bei der Energieabhängigkeit der Teilchenmultiplizität (diese ergibt sich ja etwa durch Integration der Rapidityverteilung). Deren Anstieg erfolgt ebenfalls stärker als mit $\ln(E_{CM})$, und kann etwa durch

$$\langle N_{ch} \rangle = a + b \cdot \ln(E_{CM}) + c \cdot (\ln(E_{CM}))^2$$

(mit: $a=3.297 \pm 0.091$, $b=0.799 \pm 0.112$ und $c=1.052 \pm 0.028$ [38]) parametrisiert werden.

Zusammenhang von Rapidität und ξ_p

Die Größen Rapidität und ξ_p weisen einen interessanten Zusammenhang auf. Betrachtet man die Bildung $y_{\max} - y$ findet man:

$$\ln \frac{E_{CM}}{m} - \ln \frac{E + p_{\parallel}}{m_{\perp}} \approx \ln \frac{E_{CM}}{E + p_{\parallel}} \approx \ln \frac{1}{x_p}$$

Dabei geht die Bedingung $E \gg m$ ein. Die abfallende Rapiditätsflanke entspricht also gerade der ansteigenden ξ_p Flanke!

Kapitel 3

Bremsstrahlung im Anfangszustand

Bei Schwerpunktsenergien oberhalb der Z-Resonanz dominieren Ereignisse mit Photonbremsstrahlung im Anfangszustand (ISR ¹-Photonen) den hadronischen Wirkungsquerschnitt, da sie vom großen Wirkungsquerschnitt der Z-Resonanz profitieren. Tabelle 3.1 entnimmt man die Wirkungsquerschnitte, jeweils für eine effektive Schwerpunktsenergie des hadronischen Systems von mehr als 10 % bzw. 85 % der LEP Energie.

Energie [GeV]	$\sigma_{q\bar{q}}(85\%) [pb]$	$\sigma_{q\bar{q}}(10\%) [pb]$
130	81.5 ± 5.4	323.1 ± 11.4
136	66.1 ± 4.8	259.1 ± 10.1
161	38.7 ± 1.9	159.8 ± 4.4
172	30.8 ± 1.9	130.4 ± 4.4

Tabelle 3.1: hadronischer Wirkungsquerschnitt der Hochenergiedaten

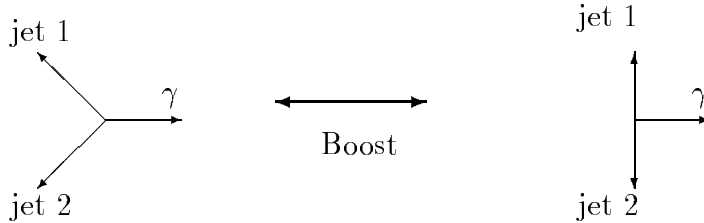
Im folgenden Abschnitt werden die wichtigsten Eigenschaften dieser Ereignis-klasse beschrieben, und in 3.2 werden die Methoden zur ISR-Photon Rekonstruktion skizziert. Diese Verfahren ermöglichen die Abtrennung dieser größten Klasse von Untergründereignissen.

3.1 Relativistische Kinematik

Bei ISR Ereignissen stimmen Labor- und Schwerpunktsystem der e^+e^- Annihilation nicht mehr überein. Das hadronische System ist gegen die Richtung des abgestrahlten Photons “geboostet”.

¹Initial State Radiation

Unter der sinnvollen Annahme, daß die ISR-Photonen in die Richtung der einlaufenden e^+/e^- emittiert werden (der z -Achse in der DELPHI Konvention), stehen Labor und Schwerpunktsystem in folgender Beziehung:



Der Viererimpuls der Jets im Labor- und Schwerpunktsystem hat die Gestalt: $(E, 0, 0, p_z)$ bzw. $(E_{CM}, 0, 0, 0)$. Diese werden durch folgende Lorentztransformation ineinander überführt:

$$\Lambda_{Boost} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & \beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \quad \text{mit:} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \beta = \frac{v}{c}$$

Daraus liest man sofort folgende Relationen ab:

$$E_{CM} = E\sqrt{1-\beta^2}, \quad E\beta = p_z$$

Der Impuls p_z der Jets im Laborsystem ist bis auf ein Vorzeichen gleich dem Impuls des ISR-Photons, dieser wiederum ist gleich der Energie des Photons. Somit kann aus der Photonenergie der Betrag der Boostgeschwindigkeit abgelesen werden:

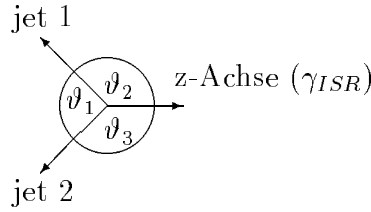
$$|\beta| = \frac{E_\gamma}{E_{LEP} - E_\gamma}$$

Dabei wurde zusätzlich verwendet, daß die Energie der Jets im Laborsystem gerade die Differenz zwischen der LEP-Schwerpunkts- und der ISR-Photonenergie beträgt. Das Vorzeichen der Geschwindigkeit entnimmt man der Topologie des Ereignisses. Es bleibt offensichtlich noch die Frage zu klären, wie die ISR-Energie E_γ bestimmt werden kann.

3.2 Rekonstruktion des ISR-Photons

Die Bestimmung der ISR-Energie, bzw. der effektiven Schwerpunktsenergie kann etwa mit Hilfe eines kinematischen Verfahrens erfolgen, das nicht auf direkter Energie bzw. Impulsmessung beruht. Dazu wendet man auf ein Event einen Clusteralgorithmus an, der alle Spurinformatoren zu zwei Pseudoteilchen ("Jets") zusammenfasst. Liegen diese beiden Jets in einer Ebene mit der

z-Achse, so sind folgende Winkel erklärt:



Die Abweichung des Winkels ϑ_1 von π ist offensichtlich ein Maß für die vom Photon fortgetragene Energie. Es gilt im *Laborsystem*:

$$E_\gamma = E_{LEP} \cdot \frac{\sin\vartheta_1}{\sin\vartheta_1 + \sin\vartheta_2 + \sin\vartheta_3}$$

Für die gesuchte Energie im *Schwerpunktsystem* der Annihilation gilt bei Vernachlässigung der Elektronenmasse[39]:

$$E_{CM} = \sqrt{E_{LEP}^2 - 2E_{LEP}E_\gamma}$$

Mit Hilfe dieser Beziehung kann auch das Verhältnis zwischen Photonenergie E_γ und der Energie um die sich die Schwerpunktsenergie verringert angegeben werden. Setzt man $E_{CM} + \Delta E = E_{LEP}$ findet sich:

$$E_\gamma = \Delta E - \frac{(\Delta E)^2}{2E_{LEP}}$$

So wird etwa ein 55 GeV ISR Photon bei $E_{LEP} = 161$ GeV die Schwerpunktsenergie um ≈ 70 GeV verringern. Technisch ausgedrückt folgt die Relation $\Delta E > E_\gamma$ daraus, daß die Lorentztransformation raum- und zeitartige Komponenten (hier: Impuls und Energie) mischt.

Diese Analyse verwendet die vom Programm SPRIME 2.0 [40] zur Verfügung gestellte Schwerpunktsenergie. Das oben beschriebene Verfahren stellt das Herzstück dieser Routine dar. Verfeinert werden kann die ISR-Photon Rekonstruktion für den Fall, daß die Abstrahlung nicht exakt in Richtung der Strahlachse erfolgt. In diesem Fall kann das Photon im Detektor nachgewiesen werden, vor allem der STIC kommt hierzu in Frage. Auf diese Weise können ebenfalls Ereignisse mit mehreren ISR-Photonen identifiziert werden, für die obige Rechnungen ebenfalls modifiziert werden müssen. Falls diese Mehrphotonabstrahlung jedoch entlang der Strahlröhre erfolgt, und die Photonen nicht detektiert werden können, kommt es zu Fehlidentifizierungen. Das SPRIME-Verfahren rekonstruiert in diesem Fall ein ISR-Photon mit einer Energie, die der *Differenz* der in positiver und negativer z-Richtung abgestrahlten Energie entspricht.

Kapitel 4

Datenkorrektur

Formal kann die Messung einer Observablen O als Abbildung vom Typ:

$$\{\text{Ereignisse}\} \longrightarrow \{\text{Meßwerte}\}$$

$$a_i \mapsto O(a_i) = x_i$$

aufgefasst werden. Dabei sind die Meßwerte typischerweise ein Intervall der reellen Zahlen ($x_i \in X \subset \mathbb{R}$). Histogrammiert werden die Häufigkeiten des Ausfalls einer Messung bezüglich einer Klassierung von X in halboffene disjunkte Intervalle (sog. Bins).

In Abb. 4.1 etwa die Anzahl Y_i der Messungen von $1 - T$ im i -ten Bin.

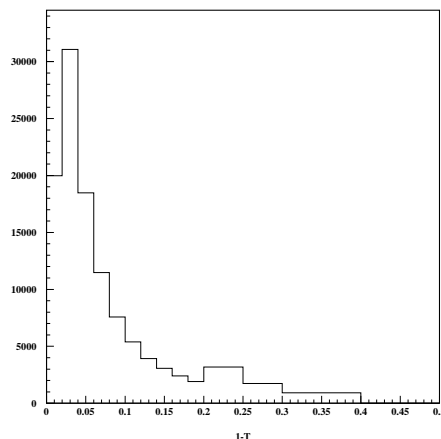


Abbildung 4.1: unnormiertes Histogramm

In unserer Schreibweise:

$$Y_i = | \{ a \in A \mid O(a) \in]x_i, x_{i+1}] \} |$$

Definiert man die ‘‘Häufigkeitsfunktion’’ N der Verteilung wie folgt,

$$N(x_i) = |\{a \in A \mid O(a) < x_i\}|$$

so gewinnt man für Y_i den Ausdruck: $Y_i = N(x_{i+1}) - N(x_i)$, bzw.

$$Y_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} dx \frac{dN}{dx} \quad (4.1)$$

Das durch die Binbreite normierte Histogramm liefert also die Messung des Integranden :

$$\frac{Y_i}{\Delta x_i} = \frac{N(x_{i+1}) - N(x_i)}{x_{i+1} - x_i} \approx \frac{dN}{dx}$$

Histogrammiert wird also eine relative Häufigkeit (bzw. ein differentieller Wirkungsquerschnitt in x).

4.1 Detektoreffekte

Eine experimentelle Bestimmung der ‘‘wahren’’ Häufigkeitsverteilung muß beruckichtigen, daß jede Meßapparatur nur endliche Auflösung (Messung von x_i nur innerhalb eines Fehlers) und begrenzte Akzeptanz (Wahrscheinlichkeit das Ereignis a_i zu messen kleiner als Eins) besitzt. Mit anderen Worten wird der Detektor immer einen Meßfehler machen, manchmal jedoch auch gar nichts registrieren. Der erste Effekt bewirkt, daß Messungen von identischen Ereignissen im Allgemeinen in verschiedene Bins verteilt werden, wohingegen die endliche Detektorakzeptanz die Anzahl der Einträge verringert[41]

4.2 Faltung

Diese Effekte können durch eine Modifikation der Gleichung (4.1) dargestellt werden, die man als Faltung der Verteilung $\frac{dN}{dx}$ bezeichnet:

$$Y_i = \int_{x_{min}}^{x_{max}} A_i(x) \frac{dN}{dx} dx + \epsilon_i \quad (4.2)$$

mit: $A_i(x)$ der Wahrscheinlichkeit, daß Ereignis mit wahrem Wert x im i -ten Bin gemessen wird, und ϵ_i der statistischen Fluktuation im i -ten Bin. Häufig ist in Hochenergieexperimenten wie LEP die Datenmenge so groß, daß der systematische Fehler dominiert (obwohl diese Aussage für die LEP2 Daten eingeschränkt werden muß).

Die Integration verläuft über den gesamten Bereich möglicher Meßwerte (‘‘kinematisch zugänglicher Bereich’’), und formal kann die Funktion $A_i(x)$ als Matrix mit diskretem Spaltenindex i und ‘‘kontinuierlichem Zeilenindex’’ x vorgestellt

werden. Ein praktisches Verfahren zur Ermittlung der in x diskretisierten Funktion $A_i(x)$ besteht darin, N Monte Carlo Ereignisse mit einem definierten x -Wert \bar{x} zu generieren, und eine Simulation der Detektoreffekte auf sie anzuwenden. Findet das Rekonstruktionsprogramm, das auch zur Behandlung der Daten verwendet wird, in diesem "akzeptierten Monte Carlo" eine Anzahl von k Ereignissen im i -ten Bin, so ist $A_i(\bar{x}) = \frac{k}{N}$. Auf diese Weise kann prinzipiell die Integralgleichung (2) gelöst werden, wobei im allgemeinen jedoch die numerische Stabilität gering ist[42].

4.3 Die Faktormethode

Aus diesem Grund ist ein verbreitetes Verfahren zur Datenkorrektur die sog. "Faktormethode", bei der die gemessene Verteilung Binweise mit dem Verhältnis aus generiertem und akzeptiertem Monte Carlo multipliziert wird:

$$S_i^{korr.} = Y_i \cdot \frac{S^0(\bar{x})}{Y_{MC_{acc}}^i} \quad (4.3)$$

mit: $S^0(x) = \frac{dN_{MC}}{dx}$, generierte Verteilung

$$Y_{MC_{acc}}^i = \int_{x_{min}}^{x_{max}} A_i(x) S^0(x) dx, \text{ akzeptiertes Monte Carlo}$$

Diese Beziehung ist jedoch nur unter bestimmte Bedingungen sinnvoll. Ausgangspunkt zur Herleitung dieser Näherung ist Gleichung (4.2). Setzen wir der Übersicht halber $S(x) = \frac{dN}{dx}$ (gesuchte Verteilung), so kann (4.2) wie folgt umgeschrieben werden:

$$Y_i = \int_{x_{min}}^{x_{max}} A_i(x) \frac{S(x)}{S^0(x)} \cdot S^0(x) dx$$

Ziel ist es $S(x)/S^0(x)$ aus dem Integral herauszuziehen, und unter zwei Bedingungen ist dies zulässig: Erstens falls $A_i(x)$ um $\bar{x} = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$ schmal ist (\cong guter Auflösung), oder zweitens wenn in der Nähe von \bar{x} für den Quotienten $S(x)/S^0(x) \approx const.$ gilt (\cong hohe Übereinstimmung zwischen Daten und Monte Carlo). Falls mindestens eine dieser Bedingungen erfüllt ist gewinnt man somit den Ausdruck:

$$Y_i \approx \frac{S(\bar{x})}{S^0(\bar{x})} \int_{x_{min}}^{x_{max}} A_i(x) S^0(x) dx$$

Dieses Integral erkennen wir jedoch als akzeptiertes Monte Carlo wieder, und nach $S(\bar{x})$ aufgelöst ergibt sich der Ausdruck (3):

$$S(\bar{x}) \approx Y_i \cdot \frac{S^0(\bar{x})}{\int A_i(x) S^0(x) dx}$$

Dabei kann durch die Wahl eines Binings das oberhalb der Auflösung der Meßapparatur liegt die erste Bedingung im Prinzip immer erzwungen werden. In diesem Fall korrigiert man mit der Faktormethode lediglich auf den Effekt endlicher Akzeptanz. Man beachte zudem, daß die Akzeptanzkorrektur mit der Faktormethode von der angenommenen Verteilung unabhängig ist, wohingegen der Versuch der Datenkorrektur für endliche Auflösung mit derselben Methode eine systematische Verschiebung zur angenommenen Verteilung bewirken kann. In diesem Fall können die Fehler also leicht unterschätzt werden[43].

4.4 Zuordnung der Messung in weiten Bins

Um ausreichende Statistik im Bereich geringer Zählraten zu erreichen können "weite" Bins erforderlich sein. In solchen Fällen ist es nicht eindeutig, welchem Wert der Abszisse die Messung zugeordnet wird [44]. In der Regel wird die Binmitte $x_z = x_i + \Delta x/2$ gewählt, oder der gewichtete Mittelwert, ein Ausdruck der Form:

$$\bar{x} = \frac{\int x \cdot g(x) dx}{\int g(x) dx}$$

Die Integration erstreckt sich hier über die Bingenzen, und die Funktion $g(x)$ ist die gesuchte Verteilung, die im Idealfall gleich der gemessenen Häufigkeitsdichte ist. Tatsächlich sind beide Ausdrücke nicht korrekt, und im Falle weiten Bins können dadurch systematische Abweichungen verursacht werden [44]. Dies liegt daran, daß der Erwartungswert der Messung im Intervall $]x_i, x_{i+1}]$ durch den Mittelwert über die Funktionswerte:

$$\langle g_{\text{Messung}} \rangle = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_i}^{x_{i+1}} g(x) dx$$

gegeben ist, und somit der x -Wert im Bin ausgezeichnet werden muß, für den $g(x) = \langle g_{\text{Messung}} \rangle$ gilt. Das gewichtete Mittel hingegen mittelt über die x -Werte, und liefert vollkommen abweichende Ergebnisse. Lediglich im Falle einer linearen Funktion $g(x)$ liefert auch das Binzentrum den richtigen Wert. Die Güte der linearen Approximation ist somit der Maßstab mit dem von "weiten" bzw. "engen" Bins gesprochen wird. Falls es also eine Modellannahme über die gesuchte Verteilung gibt, kann diese zu einer besseren Platzierung der Datenpunkte in großen Bins verwendet werden.

Eine einfachere Methode besteht darin die Modellannahme (etwa das Monte Carlo) im selben Binning darzustellen. Im Falle eines Vergleichs der so gefüllten Histogramme ist die Wahl des optimalen x -Wertes dann irrelevant.

Kapitel 5

Der DELPHI Detektor

Wie der Name andeutet ist bei der Entwicklung des DELPHI¹ Detektors auf die Teilchenidentifikation ein besonderer Schwerpunkt gelegt worden. Desweiteren bietet der Detektor eine hohe dreidimensionale Spurauflösung sowie präzise Vertexinformation.

DELPHI ist ein zylindrischer Detektor, der fast den gesamten Raumwinkelbereich abdeckt. Im DELPHI Koordinatensystem weist die z-Achse entlang der Strahlröhre in Elektronenrichtung, die x-Achse zum LEP Mittelpunkt, und die y-Achse senkrecht nach oben. Der Polarwinkel zur z-Achse wird mit θ bezeichnet, und der Azimutalwinkel um die z-Achse mit ϕ .

Man unterscheidet zwischen dem Zentralbereich (Barrel, $140^\circ < \theta < 40^\circ$), und den Endkappen (Forward). Abbildung 5.1 ist eine schematische Darstellung der einzelnen Komponenten. Diese können sinnvoll nach ihrer Hauptfunktion (Spurmessung, Energiemessung oder Teilchenidentifikation) klassifiziert werden. Im Folgenden werden die wichtigsten Komponenten kurz beschrieben. Genauere Informationen sind den Referenzen [46] und [47] zu entnehmen.

5.1 Spurrekonstruktion

Die folgenden Komponenten befinden sich alle innerhalb der Solenoiden, um aus der Ablenkung geladener Teilchen im 1,23 T starken Magnetfeld auf den Impuls schließen zu können. Unmittelbar in Strahlrohrnähe befindet sich der

- **Vertex Detector (VD)** Dieser Siliziumdetektor zur Vertexbestimmung ist seit Inbetriebnahme des DELPHI Detektors ständig verbessert worden. Der ursprüngliche Streifendetektor, der lediglich eine $R\phi$ -Auslese gestattete, hat sich durch Ersetzung und Verbesserung von Komponenten zu einem Instrument dreidimensionaler Spurauflösung bis zu einem

¹DEtector for Lepton, Photon and Hadron Identification

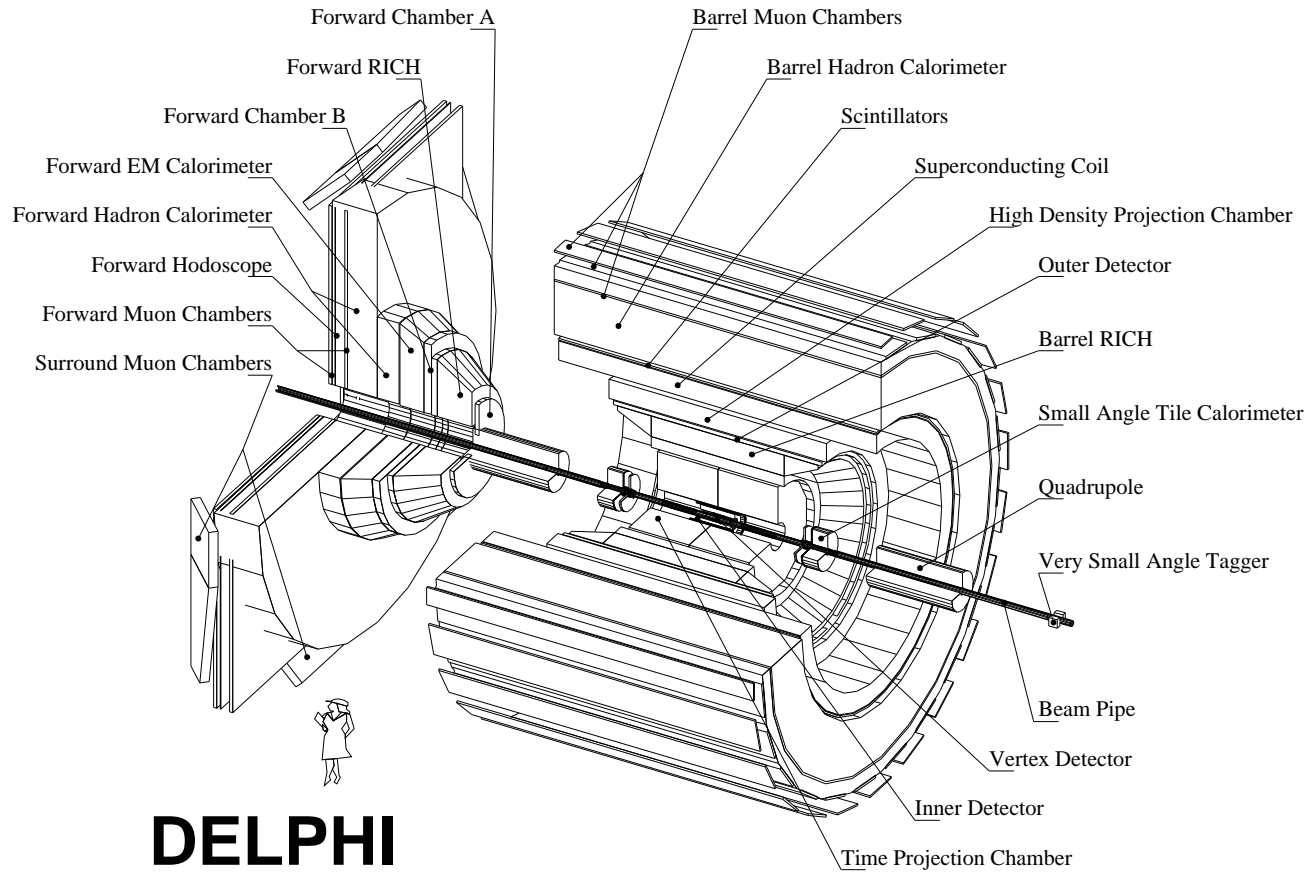


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung der DELPHI Detektors

Winkel von 25° entwickelt. Die Auflösung beträgt $7.6 \mu\text{m}$ in $R\phi$ und zwischen 9 bis $30 \mu\text{m}$ in z -Richtung. Ihm schliesst sich der

- **Inner Detector (ID)** an, der aus einer Jetkammer und einer außen liegenden Triggerschicht besteht. Bei Radien zwischen 12 und 28 cm wird der Polarwinkel von $\theta > 17^\circ$ abgedeckt. Der ID verbessert die Zweispurauflösung und dient auch als schneller Trigger. Die wichtigste und größte Spurkammer bei DELPHI ist jedoch die
- **Time Projection Chamber (TPC)**. Sie hat eine Länge von 300 cm und ist in Strahlrichtung in zwei Hälften geteilt. Der maximale Außenradius beträgt 120 cm . Die an der Spur durch Ionisation frei gewordene Elektronen driften in z -Richtung nach außen, wobei das Magnetfeld fokussierend wirkt. Die Endplatten der TPC bestehen aus 6ϕ -Sektoren, die mit je 192 Signaldrähten und 16 in konzentrischen Kreisen angeordneten Kathodenstreifen ausgestattet sind. Der auf diese Weise gewonnene Ladungsschwerpunkt ergibt die $R\phi$ Koordinate, die z Information wird aus der Driftzeit bestimmt. Man gewinnt eine Auflösung von $250 \mu\text{m}$ in $R\phi$ und $880 \mu\text{m}$ in z -Richtung. An die TPC folgt als Spurgebene Komponente (dazwischen befindet sich allerdings der Barrel Rich) der
- **Outer Detector (OD)** an, der einen radialen Abstand von 200cm und eine Länge von 470cm hat. Diese fünfplagige Driftkammer kann die Impulsmessung hochenergetischer Spuren stark verbessern. Schließlich messen im Vorwärtsbereich die Driftkammern
- **Forward Chambers (FCA, FCB)**, die bei einem Abstand von $z=160\text{cm}$, bzw. $z=275\text{cm}$ montiert sind. Sie decken einen Polarwinkelbereich von ca. $11^\circ < \theta < 35^\circ$ ab. Ähnlich wie der OD dienen sie einer Verbesserung der Impulsauflösung im Bereich $\theta > 20^\circ$, unterhalb davon sind sie die einzigen Spurgebenen Komponenten.
- **Muon Chambers (MUB, MUF, SMC)** Für den Nachweis von Myonen befinden sich zwei Lagen Driftkammern im Endbereich des HAC. Jede Lage dieser zentralen Myonkammer (MUB) hat drei Ebenen, und es wird eine Auflösung von 4mm in $R\phi$ und 25mm in z -Richtung erzielt. Im Vorwärtsbereich sind ebenfalls zwei Lagen Driftkammern, die eine $R\phi$ Auflösung von 1mm ermöglichen. Seit 1994 befindet sich eine zusätzliche Myondriftkammer im Bereich zwischen Zentralteil und Endkappen (SMC, Surround Muon Chambers).

5.2 Energiemessung

- **High Density Projection Chamber (HPC)** Als elektromagnetisches Kalorimeter befindet sich zwischen OD und Spule die HPC. Die Verwen-

dung des Zeitprojektionsprinzips in einem Samplingkalorimeter erlaubt eine dreidimensionale Schauerrekonstruktion. Im Vorwärtsbereich überdeckt das

- **Forward Electromagnetic Calorimeter (FEMC)** einen Winkelbereich von $11^\circ < \theta < 36.5^\circ$. Es besteht aus 5 cm^2 großen Bleigläsern. Das
- **Hadron Calorimeter (HAC)** ist in Samplingbauweise aus Eisenplatten (als Absorbermaterial) und Proportionalkammern konstruiert.

5.3 Teilchenidentifikation

Neben den hier erwähnten Komponenten, dient die Pulshöhe bei der Auslese der TPC Signaldrähte ebenfalls der Teilchenidentifikation, indem sie die Bestimmung der spezifischen Ionisation gestattet. Selbstverständlich liefern auch die Kalorimeter diesbezügliche Informationen.

- **Ring Imaging Cherenkov Detector (BRICH, FRICH)** Zwischen TPC und OD gelegen ist der Barrel Rich (BRICH). Beim Durchgang geladener Teilchen durch seinen Gas- und Flüssigkeitsradiator wird Cherenkovstrahlung erzeugt, die in einer Driftkammer mit photoionisierbarem Gaszusatz nachgewiesen werden kann. Aus der Bestimmung des Cherenkovwinkels (d.h. des Winkels unter dem das Licht emittiert wurde) zusammen mit einer Impulsmessung der Spur kann auf die Teilchenmasse geschlossen werden. Im Vorwärtsbereich (zwischen FCA und FCB) befinden sich ebenfalls Ringabbildende Cherenkovdetektoren.

5.4 Die Aufbereitung der Daten

Aus der Summe der Detektorsignale (Rohdaten), zusammen mit der präzisen Information über die geometrische Anordnung aller Komponenten, erfolgt mit Hilfe des Analyseprogramms DELANA [45] die Rekonstruktion von Spuren sowie die Festlegung eines Massencodes.

In einem ersten Schritt werden Spurstücke in einzelnen Detektorkomponenten identifiziert, bevor diese zur Gesamtspur kombiniert werden. Aus diesen wird versucht den Vertex zu rekonstruieren. Schließlich werden Informationen von Subdetektoren, die zu Massenidentifizierung beitragen, den Spuren zugeordnet. Das Resultat der Ereignisrekonstruktion wird als sog. Master-DST² auf Magnetbändern gespeichert.

²Data Summary Tape

Zur Physikanalyse steht der Wuppertaler DELPHI Gruppe mit dem Mini-DST ein Datenformat zur Verfügung, das durch weitere Reduktion einen effizienten Zugriff auf die Daten ermöglicht.

Kapitel 6

Selektion hadronischer Ereignisse

Die Datensätze, die in dieser Analyse eingehen, wurden im Herbst 1995 (133 GeV) und Sommer 1996 gemessen. Die integrierte Luminosität sowie der gemessene $q\bar{q}$ Wirkungsquerschnitte bei $\sqrt{s'}/\sqrt{s} > 0.85$ bzw. $\sqrt{s'}/\sqrt{s} > 0.10$, sind in Tabelle 6.1 zusammengestellt:

Energie [GeV]	Luminosität [pb^{-1}]	$\sigma_{q\bar{q}}(85\%)$ [pb]	$\sigma_{q\bar{q}}(10\%)$ [pb]
130	2.85 ± 0.1	81.5 ± 5.4	323.1 ± 11.4
136	2.98 ± 0.2	66.1 ± 4.8	259.1 ± 10.1
161	10.07 ± 0.3	38.7 ± 1.9	159.8 ± 4.4
172	10.14 ± 0.5	30.8 ± 1.9	130.4 ± 4.4

Tabelle 6.1: Luminosität und Wirkungsquerschnitt der Hochenergiedaten

Zur Analyse werden an die Daten verschiedene Schnitte angebracht. Diese sind zum einen Qualitätskriterien, zum anderen dienen sie der Selektion *spezieller* Ereignisklassen. Die Selektion hadronischer Ereignisse muß folgenden Untergrund unterdrücken:

- Leptonische Ereignisse
- W^+W^- -Ereignisse
- Zwei Photon Ereignisse
- Strahl-Gas und Strahl-Wand Wechselwirkung
- Kosmische Strahlung

Desweiteren müssen Ereignisse mit harter ISR unterdrückt werden. Tabelle 6.1 entnimmt man, daß diese sogar einen dominanten Anteil am hadronischen Wirkungsquerschnitt haben.

Man unterscheidet zwischen Spur- und Ereignis Selektion:

6.1 Spurselektion

Zur Spurselektion werden folgende Größen betrachtet:

- **Impuls p**

Die Forderung eines Mindestimpulses (in der Größenordnung von einigen hundert MeV) trägt dem Umstand Rechnung, daß unterhalb dieser Grenze auf Grund von Vielfachstreuung die Monte Carlo Simulationen die Daten nicht angemessen beschreiben. Die obere Grenze unterdrückt Spuren aus kosmischer Strahlung und sonstige Fehlmessungen.

- **Fehler der Impulsmessung $\Delta p/p$**

- **gemessene Spurlänge**

Diese beiden Kriterien erhöhen die Qualität der selektierten Spuren.

- **Winkel zur z-Achse θ**

Typischerweise fordert man, daß die Spur nicht im extremen Vorwärtsbereich gemessen wurde, da dort eine geringere Genauigkeit erzielt wird. Oberhalb von 20° sind TPC und Vorwärtskammern an der Spurrekonstruktion beteiligt.

- **Abstand zum Wechselwirkungspunkt in $r\phi$ -Ebene ($D_{r\phi}$) und z-Richtung (D_z)**

Diese Kriterien sollen Spuren aus sekundären Ereignissen (Strahl-Gas oder Strahl-Wand Wechselwirkung) unterdrücken. Ebenfalls werden Ereignisse aus kosmischer Strahlung und Fehlrekonstruktionen betroffen.

Die Spurschnitte der Hoherenergiedaten sind in Tabelle 6.2 zusammengestellt.

	133 GeV	161 GeV	172 GeV
p in GeV	$0.2 \leq p \leq 100$	$0.2 \leq p \leq 100$	$0.2 \leq p \leq 100$
$\Delta p/p$	≥ 1.0	≥ 1.0	≥ 1.0
Spurlänge	$\geq 30\text{cm}$	$\geq 30\text{cm}$	$\geq 30\text{cm}$
θ	$20^\circ \leq \theta \leq 160^\circ$	$20^\circ \leq \theta \leq 160^\circ$	$20^\circ \leq \theta \leq 160^\circ$
$D_{r\phi}$	4cm	3cm	3cm
D_z	10cm	6cm	6cm

Tabelle 6.2: Spurschnitte der Hochenergiedaten

6.2 EreignisSelektion

6.2.1 Kriterien für die EreignisSelektion

Der Selektion spezieller Ereignisklassen dienen folgende Größen:

- **geladene Multiplizität** N_{ch}

Diese Größe gestattet eine Unterscheidung zwischen leptonischen und hadronischen Ereignissen: ab einem typischen Wert von $N_{ch} \geq 7$ verbleibt nur noch ein geringer τ -Untergrund. Zum anderen unterdrückt dieser Schnitt den Zwei-Photon Untergrund effektiv.

Die obere Grenze für N_{ch} schneidet zusätzlich auf hadronisch zerfallene W Ereignisse.

- **Polarwinkel der Thrustachse** θ_{Thrust}

Dieser Schnitt trägt der höheren Meßgenauigkeit im Barrel Rechnung. Desweiteren verwirft er Zweiphoton Ereignisse (siehe auch Winkelverteilung (1.7)).

- **gemessene totale Energie** E_{tot}

Dieser Schnitt dient ebenfalls der Unterdrückung von Zwei-Photon Ereignissen, denn diese weisen typischerweise einen großen Betrag fehlender Energie auf, die entlang der Strahlröhre entwichen ist. Ebenso können leptonisch und semileptonisch zerfallene W^+W^- -Ereignisse betroffen sein, bei denen Neutrinos entweichen. Aus diesem Grund ist es auch sinnvoll, auf die *totale* (und nicht nur die *geladene*) Energie zu schneiden.

- **effektive Schwerpunktsenergie** $\sqrt{s'}$

Es wird eine geringe ISR zugelassen. Auf diesen Effekt muß allerdings mit Monte Carlo Methoden korrigiert werden.

- **Minimale Jetbreite** B_{min}

Diese Größe ist sensitiv auf Mehrjetereignisse. Bei einem typischen Wert von $B_{min} \leq .07$ unterdrückt man einen großen Anteil des W^+W^- -Untergrundes.

Die verwendeten Schnitte sind in Tabelle 6.4 am Ende des Kapitels zusammengestellt. Zuvor soll ihre Wirkung und Wahl diskutiert werden.

Effizienz und Reinheit

Ein Maß für die Güte der Schnitte ist die sog. "Effizienz". Sie ist definiert als:

$$\text{Effizienz} = \frac{\text{Anzahl korrekt selektierter Ereignisse}}{\text{Anzahl aller Ereignisse}}$$

Sie ist korreliert mit der sog. "Reinheit" der selektierten Daten, die definiert ist als:

$$\text{Reinheit} = \frac{\text{Anzahl korrekt selektierter Ereignisse}}{\text{Anzahl selektierter Ereignisse}}$$

Die durch Schnitte nicht beseitigten Untergrundereignisse führen zur Verminderung der Reinheit der selektierten Daten. Auf den Effekt verbleibender Untergrundereignisse (W^+W^- -Ereignisse oder solche mit vermindeter E_{CM}) muß mit Monte Carlo Methoden korrigiert werden.

6.2.2 W^+W^- -Selektion

Im Sommer 1996 kam es bei einer Schwerpunktennergie von 161 GeV zur ersten Erzeugung von W^+W^- -Paaren. Diese Ereignisse eröffnen ein weites Feld neuer Analysen, etwa die Bestimmung der W-Masse, im Rahmen einer QCD Analyse sind sie jedoch eine zusätzliche Quelle von Untergrund. Die Tabelle 6.3 stellt die totalen W^+W^- -Wirkungsquerschnitte zusammen:

Energie [GeV]	σ_{WW} [pb]
161	3.3 ± 0.3
172	12.1 ± 0.2

Tabelle 6.3: WW Wirkungsquerschnitt bei LEP 2

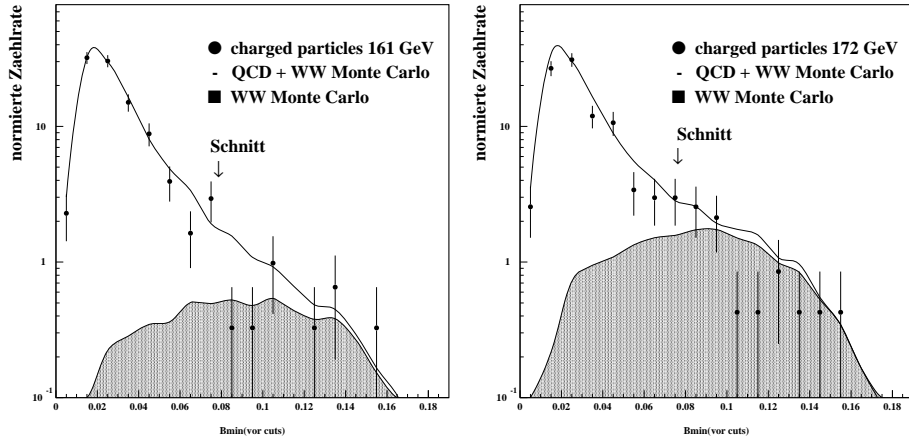
Die W^+W^- -zerfallen entweder in hadronische Endzustände ($q\bar{q}q\bar{q}$), "semileptonische" Endzustände ($q\bar{q}l\bar{l}$) oder rein leptonisch ($l\bar{l}l\bar{l}$). Das Verzweigungsverhältnis beträgt bei den hier betrachteten Energien näherungsweise 5:4:1 [48].

Die hadronisch bzw. semileptonisch zerfallenden W^+W^- -Ereignisse weisen eine große Ähnlichkeit mit QCD Ereignissen auf, und können nicht vollkommen befriedigend von diesen getrennt werden. Die "Anti-Selektion" von W^+W^- -Ereignissen verwendet die Ereignisgröße B_{min} . Diese ist definiert als das Minimum der Grössen B_+ und B_- , mit:

$$B_{\pm} = \frac{\sum_{p_i \in \pm Hemi.} |\vec{p}_i \times \vec{n}_{Thrust}|}{2 \cdot \sum_i |\vec{p}_i|}$$

Diese Observable mißt also den Transversalimpuls relativ zur Thrustachse, der bei Vierjetereignissen aus hadronischen W^+W^- -Zerfällen natürlicherweise sehr hoch liegt. Es wurde deshalb die Forderung $B_{min} \leq .08$ bei 161 GeV und $B_{min} \leq 0.07$ bei 172 GeV gestellt. Die Abbildungen 6.1 illustrieren die Wirkung dieser Schnitte.

Studien mit W^+W^- -Monte Carlo zeigen, daß bei Verwendung der Schnitte aus Tabelle 6.4 eine Effizienz von 80.5% (161 GeV) bzw. 89.5% (172 GeV) bei der W^+W^- -Unterdrückung erzielt wird. Zusammen mit Luminosität und Wirkungsquerschnitt folgt daraus, daß 6.6 ± 0.5 bzw. 12.6 ± 0.9 W^+W^- -Ereignisse

Abbildung 6.1: W^+W^- -Antiselektion durch Schnitt auf B_{min}

in den selektierten Daten verbleiben. Der Effekt dieses verbleibenden Untergrundes muß mit Monte Carlo Methoden korrigiert werden. Dazu werden von den Datenhistogrammen (Monte Carlo-)WW Histogramme gemäß folgender Bildung abgezogen:

$$\text{Daten}_{korrr} = \text{Daten} - \left(\frac{\sigma_{WW} \cdot \mathcal{L}}{|MC_{gen}^{WW}|} \cdot MC_{acc}^{WW} \right)$$

Bei der Normierung der inklusiven Verteilungen auf die Anzahl der Ereignisse muß diese ebenfalls um die W^+W^- -Untergrundeignisse vermindert werden.

6.2.3 ISR Selektion

Die Bestimmung der effektiven Schwerpunktsenergie des hadronischen Systems erfolgt mit Hilfe des SPRIME 2.0 [40] Paketes (siehe auch Kapitel 3). Abbildung 6.2 a) zeigt den Vergleich zwischen der mit SPRIME rekonstruierten Schwerpunktsenergie und *akzeptierten* Monte Carlo bei 161 GeV nach allen Schnitten (bis auf den $\sqrt{s'}$ -cut). Die Abbildung 6.2 b) zeigt die Abweichung zwischen rekonstruierter Schwerpunktsenergie auf akzeptierten Monte Carlo gegenüber der generierten Information, ebenfalls bei 161 GeV. Auffällig ist die Häufung von Ereignissen mit einem positiven $(\sqrt{s'} - \sqrt{s_{gen}})/\sqrt{s'}$ bei 0.3 (siehe Abb. 6.2 b)) In diesen Fällen liegt die tatsächliche („generierte“) Schwerpunktsenergie *unter* der Rekonstruierten. Dies ist ein Effekt der kinematischen SPRIME Methode, die im Falle von nichtdedektierter Mehrfach-ISR von Elektron und Positron nur die Differenzenergie der abgestrahlten Photonen rekonstruiert. Strahlen diese Ereignisse zum Z zurück profitieren sie vom ca. 10^3 fachen grösseren Wirkungsquerschnitt. Unterdrückt werden sie hingegen durch einen

Faktor α^2 . Daraus gewinnt man eine Abschätzung von $10^3/(129)^2 \approx 6\%$ für diesen Untergrund. Dies deckt sich mit dem Anteil dieser Ereignisse in Abb. 6.2 b). Sieht man von diesem systematischen Effekt ab kann aus dieser Messung die Energieauflösung von SPRIME abgeschätzt werden. Aus der experimentellen Standardabweichung im Intervall $-0.2 < \frac{\sqrt{s'} - \sqrt{s_{gen}}}{\sqrt{s'}} < 0.2$ kann auf eine Auflösung von ca. 6 GeV geschlossen werden.

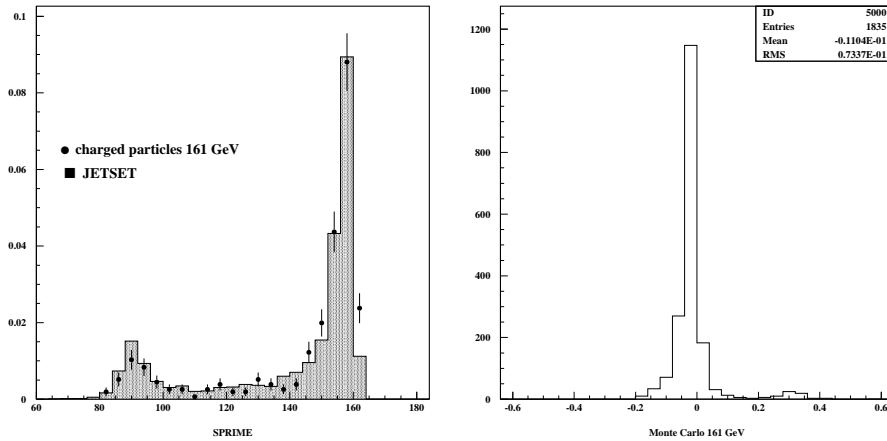


Abbildung 6.2: a) Vergleich zwischen unkorrigierten Daten und akzeptiertem MC b) Die Bildung $(\sqrt{s'} - \sqrt{s_{gen}})/\sqrt{s'}$ auf Monte Carlo

Schnitt auf die totale Energie

Wie oben ausgeführt kann das kinematische SPRIME Verfahren zu einer Überschätzung der Schwerpunktsenergie im Falle von Mehrfach-ISR führen. Aus diesem Grund dient auch der Schnitt auf die totale Energie der Unterdrückung von ISR-Ereignissen. Die Abbildung 6.3 zeigt die totale Energie (in % der Schwerpunktsenergie) Verteilung für 161 GeV Ereignisse auf akzeptierten MC, deren "wahre" ISR-Strahlung a) kleiner als 20 GeV bzw. b) grösser als 20 GeV ist. Der Schnitt wurde für die Hochenergie Daten bei 62 % gewählt, dies entspricht bei den 133, 161 und 172 GeV Datensätzen jeweils der Forderung einer nachgewiesenen Mindestenergie von 82, 100 bzw. 107 GeV.

Von den Ereignissen der Hochenergie Daten wird ein $\sqrt{s'}$ von mindestens 85 % der doppelten Strahlenergie gefordert. Monte Carlo Rechnungen weisen die Reinheit der Daten bezüglich dieses Kriteriums mit 90.0 % für 133 GeV und 96.0 % für 161 und 172 GeV aus. Auf den Effekt der verminderten Energie wird mit MC Methoden korrigiert. Dazu wird die Akzeptanzkorrektur mit der

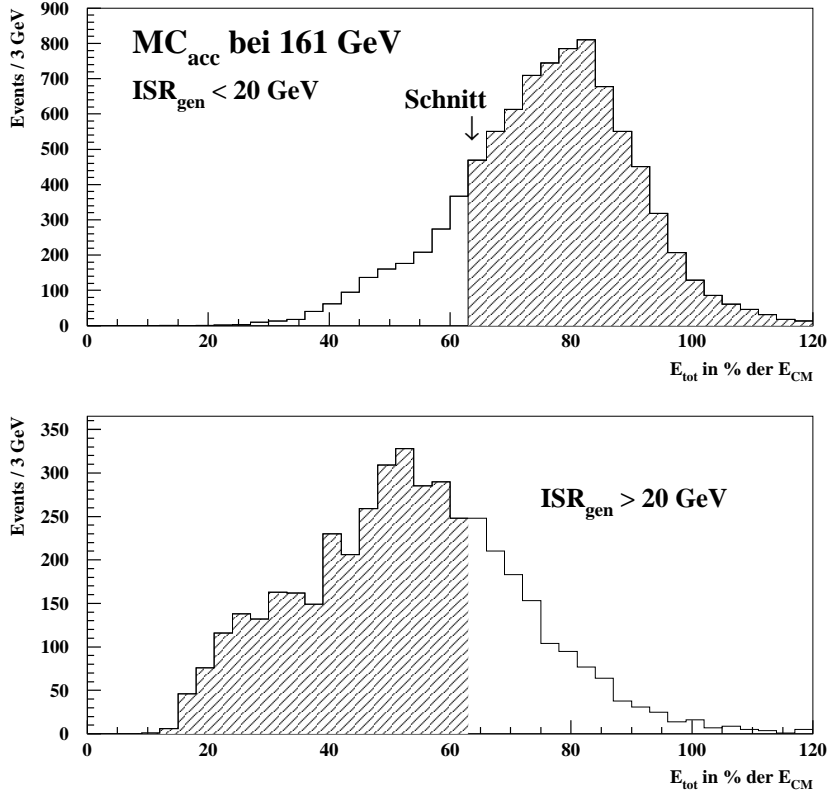


Abbildung 6.3: Wirkung des Schnittes auf die totale Energie

“Faktormethode” (Vergleiche auch Kapitel 4) wie folgt berechnet:

$$C_{korr} = \frac{MC_{gen}^{ohneISR}}{MC_{acc}^{mitISR}}$$

Diese Bildung entspricht:

$$C_{korr} = C_{ISR} \cdot C_{det} = \frac{MC_{gen}^{ohneISR}}{MC_{gen}^{mitISR}} \cdot \frac{MC_{gen}^{mitISR}}{MC_{acc}^{mitISR}}$$

Die verwendete (und in den oberen Bildausschnitten der Abbildungen 7.1 bis 7.3 dargestellte) Akzeptanzkorrektur berücksichtigt also Detektor- und ISR Effekte¹, ihre Bezeichnung ist mithin irreführend.

¹tatsächlich wird durch diesen Faktor ebenfalls eine Beeinflussung infolge des B_{min} Schnittes korrigiert

	133 GeV	161 GeV	172 GeV
N_{ch}	≥ 7	$40 \geq N_{ch} \geq 8$	$38 \geq N_{ch} \geq 8$
θ_{Thrust}	$160^\circ \geq \theta \leq 20^\circ$	$160^\circ \geq \theta \geq 20^\circ$	$160^\circ \geq \theta \geq 20^\circ$
E_{tot}	$62\% E_{CM}$	$\geq 62\% E_{CM}$	$\geq 62\% E_{CM}$
$\sqrt{s'}$	≥ 113 GeV	$\geq 85\% E_{CM}$	$\geq 85\% E_{CM}$
B_{min}	-	$\leq .08$	$\leq .07$

Tabelle 6.4: Ereignisschnitte der Hochenergiedaten

Die Tabelle 6.4 stellt die gesamten Ereignisschnitte für die Hochenergiedaten noch einmal zusammen.

Damit ergibt sich die Datenstatistik für die hohen Energien aus Tabelle 6.5

	133 GeV	161 GeV	172 GeV
Anzahl selek. Ereignisse	337	316	210

Tabelle 6.5: Datenstatistik

Systematische Fehler

Die systematischen Fehler wurden durch Variation dieser Ereignisselektion abgeschätzt. Unterschieden nach Schnitten auf $ISR(\sqrt{s'}, E_{tot})$, WW (B_{min}) und Detektoreffekte (θ_{thrust} , N_{ch}) kann der systematische Fehler in Komponenten aufgebrochen werden. Diese wurden quadratisch addiert (siehe Tabellen in Anhang A).

Es findet sich grundsätzlich, daß die LEP2 Messungen durch die Statistik limitiert sind ($\approx 5\%$ Fehler). Im Schnitt sind systematische Effekte halb so groß. Im Fall großer Transversalimpulse bei 172 GeV oder kleinen Rapiditäten sind statistischer- und systematischer Fehler jedoch von gleicher Bedeutung.

Kapitel 7

Ergebnisse

7.1 Inklusive Verteilungen und Modellvergleich

In diesem Abschnitt werden die inklusiven Verteilungen $\xi_p = \ln \frac{1}{x_p}$ (mit $x_p = \vec{p}/\vec{p}_{\text{beam}}$), Rapidität ($y_t = \frac{1}{2} \ln \frac{E+p_{\parallel}}{E-p_{\parallel}}$) sowie p_t^{in} und p_t^{out} für geladene Teilchen mit den Vorhersagen der Monte Carlo Modelle Jetset 7.4 PS, Herwig 5.8 sowie Ariadne 4.08 verglichen ¹. Generiert wurden jeweils 50000 Ereignisse, dies entspricht ca. dem Zweihundertfachen der Datenstatistik.

Die Abbildungen 7.1, 7.2 und 7.3 zeigen die inklusiven Verteilungen für die Hochenergiedaten bei 133 GeV (95P3B), sowie 161 und 172 GeV (E Processing). Neben dem Vergleich mit den Monte Carlo Modellen bei jeder Energie, gestattet der untere Bildausschnitt der Abbildungen auch die Energieentwicklung von 91 GeV zu der jeweils höheren Energie mit den Modellen zu vergleichen. Diese wird von allen Monte Carlo Generatoren gut beschrieben, mit einer Einschränkung für die p_t^{out} Verteilungen (7.2 d) bis (7.3 d). Diese Größe wird bei Z-Energie von den Modellen systematisch unterschätzt [49], während die Generatoren bei 133, 161 und 172 GeV eine bessere Übereinstimmung erzielen. Auffallend ist die deutliche Zunahme der Transversalimpulse um einen Faktor 2.5 bis 4 bei 133 bzw. 161/172 GeV. Dies ist auf den vergrößerten Phasenraum für harte Gluonbremsstrahlung bei den gestiegenen Energien zurückzuführen. Bei 161 bzw. 172 GeV scheint die Abnahme bei kleinen ξ_p Werten einen Hinweis auf die QCD Skalenverletzung zu gestatten. Die Gluonabstrahlung ist ebenfalls für die deutliche Zunahme des Rapiditätsplateaus verantwortlich.

Einer genaueren Diskussion der Energieabhängigkeit von ξ_p , y_t und der Transversalimpulse sind jedoch die folgenden Abschnitte gewidmet. Die tabellierten Werte der untersuchten Observablen sind dem Anhang A zu entnehmen.

¹jeweils in einer speziellen Anpassung (DELPHI Tuning) [49]

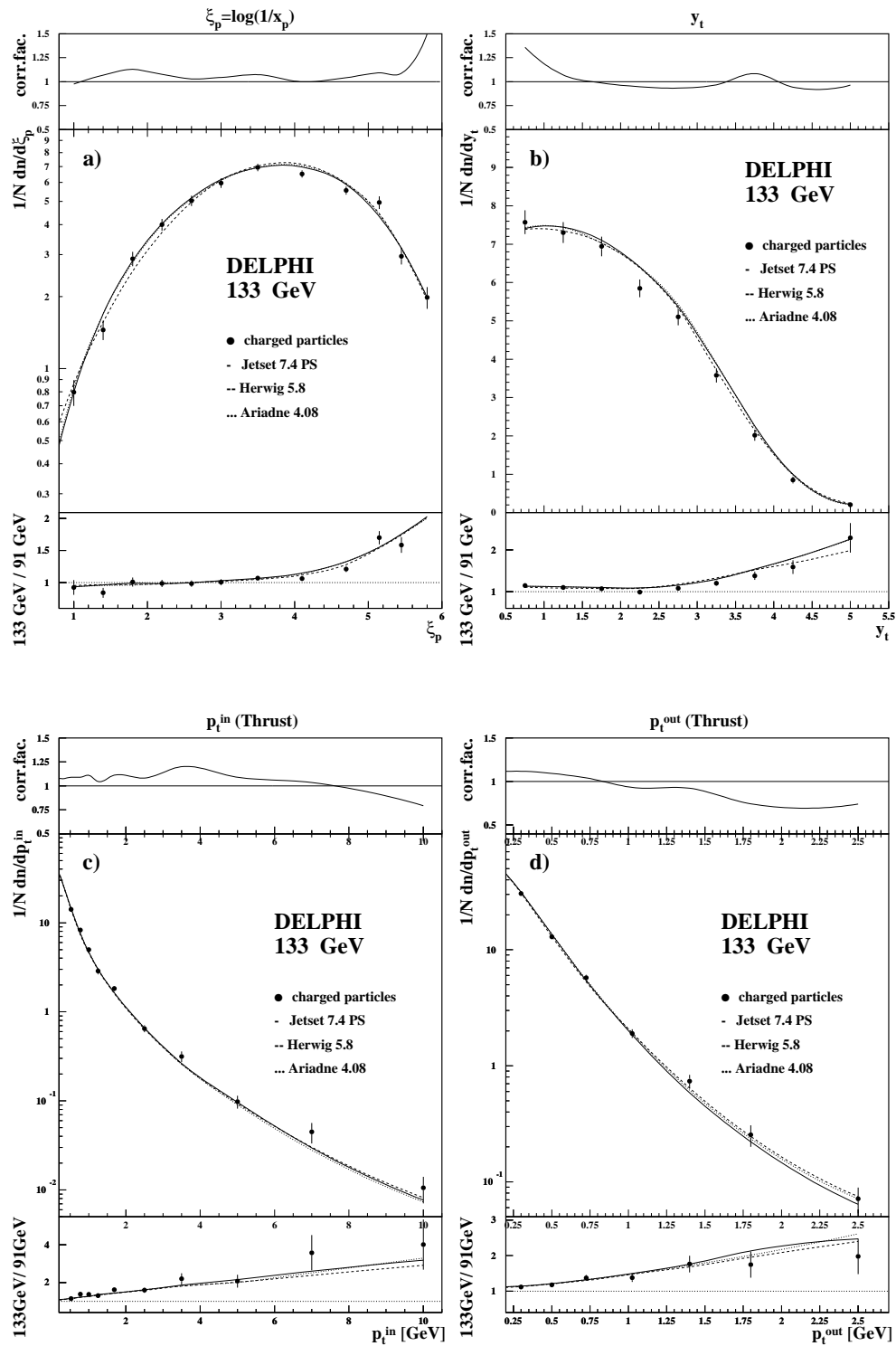


Abbildung 7.1: Inklusive Verteilungen bei 133 GeV. Neben dem Vergleich der Spektren mit verschiedenen Monte Carlo Generatoren, zeigt der obere Bildausschnitt das Verhältnis aus generiertem und akzeptiertem Monte Carlo (Korrekturfaktor). Der untere Ausschnitt gestattet, die Energieentwicklung von 91 GeV zwischen Daten und Monte Carlo zu vergleichen.

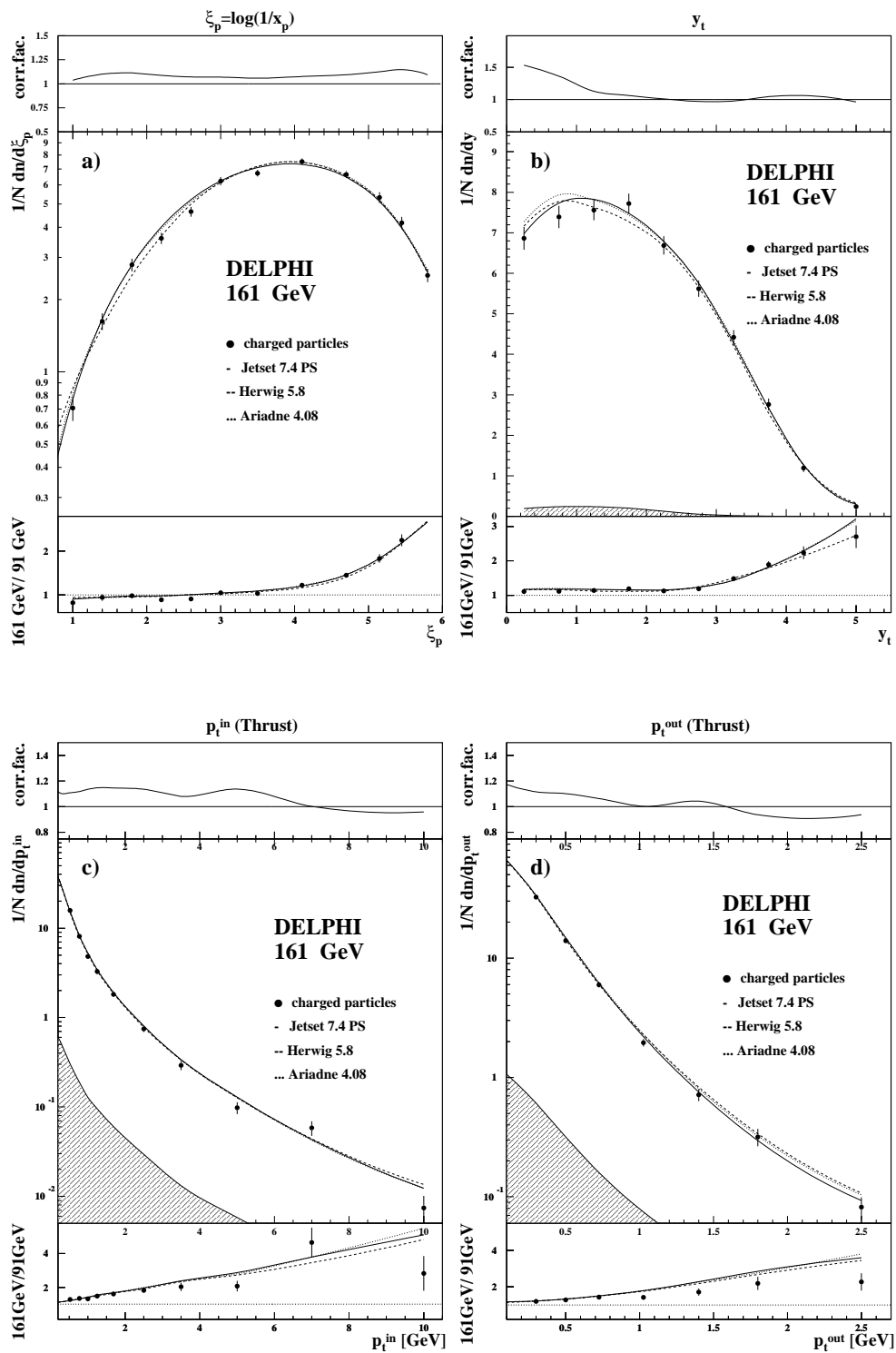


Abbildung 7.2: Inklusive Verteilungen bei 161 GeV. Die schattierte Fläche gibt den akzeptanzkorrigierten W^+W^- Untergrund an, der von den Daten abgezogen wurde.

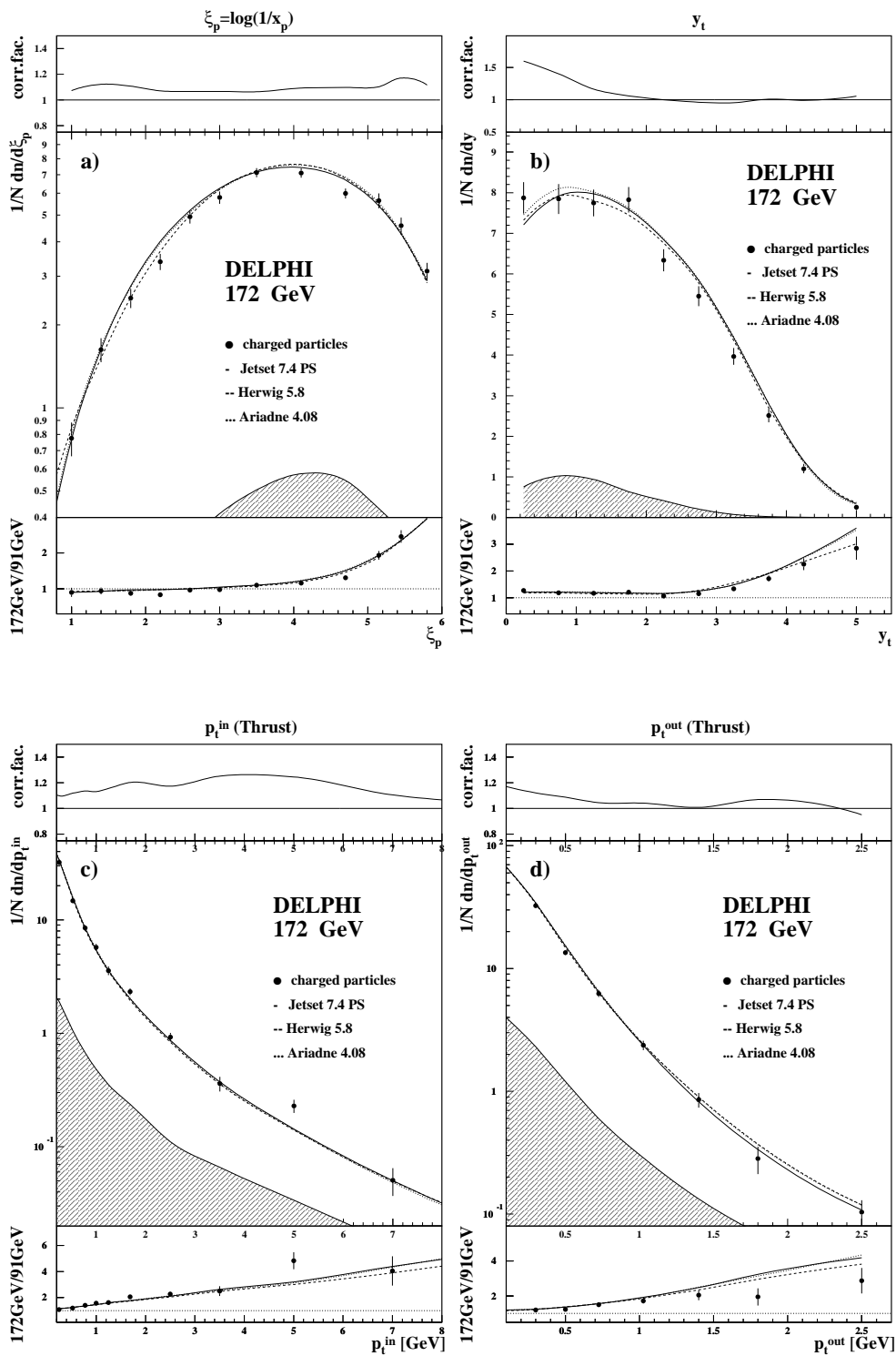


Abbildung 7.3: Inklusive Verteilungen bei 172 GeV. Die schattierte Fläche gibt den akzeptanzkorrigierten W^+W^- -Untergrund an, der von den Daten abgezogen wurde.

7.2 Die Rapidität

In Abbildung 7.4 werden Rapiditätsverteilungen verschiedener Niederenergieexperimente ([51] bis [54]) und die Hochenergiedaten von DELPHI verglichen. Auffallend ist die sehr unterschiedliche Übereinstimmung zwischen Daten und Monte Carlo. Während MARK II bei 29 GeV sowie TASSO bei 35 GeV in hervorragender Übereinstimmung mit dem Modell sind, finden sich bei den älteren TASSO Daten (14 und 22 GeV) und der AMY Messung bei 55 GeV, Abweichungen. Diese sind möglicherweise auf Probleme bei Messung und Datenkorrektur zurückzuführen.

Wie in Kapitel 2 ausgeführt kann bei der Rapidität ein Plateaubereich (der allerdings nicht absolut flach ist) und eine abfallende Flanke unterschieden werden. Während im alten Partonmodell (siehe (2.8)) mit wachsender Energie lediglich die Länge des Plateaubereiches zunimmt (gemäß dem kinematischen cut-off wie $\ln(E_{\text{CM}}/m)$), zeigt die beobachtete Rapiditätsverteilung mit wachsender Energie eine deutliche Zunahme der *Plateauhöhe*.

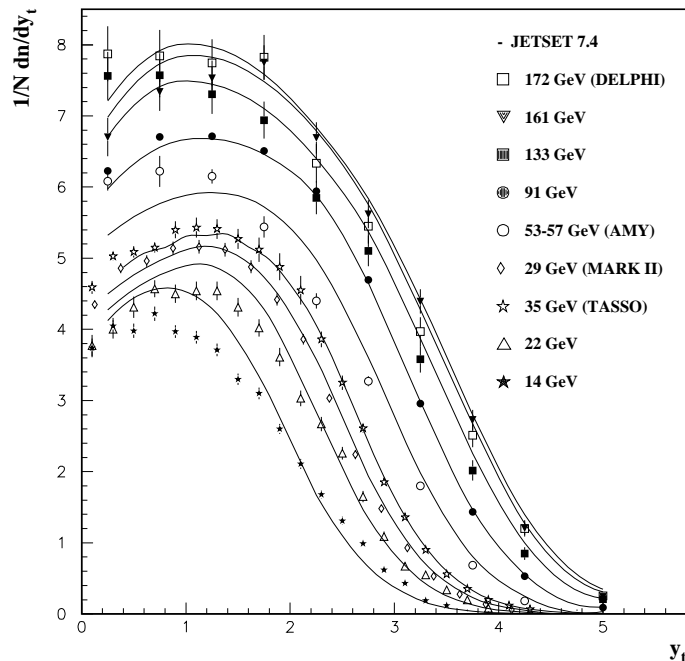


Abbildung 7.4: Rapiditätsverteilungen bzgl. Thrust von 14 bis 172 GeV mit Modellvergleich

Für quantitative Aussagen wurden die Plateauhöhen durch den Fit einer Konstanten im "vorderen Bereich" der Rapidität gewonnen (Tabelle 7.1). Der

Plateaubereich wird also im wesentlichen durch Inspektion der betreffenden Verteilung bestimmt, wobei ein systematischer Fehler durch Variation des Fitbereiches abgeschätzt wurde. Die auf diese Weise bei allen Energien konsistent gewonnene Maßzahl für die Plateauhöhe ist auf die Energieabhängigkeit sensitiv; ihr Absolutwert ist jedoch nur von geringer physikalischer Bedeutung.

E_{CM} [GeV]	y_t Höhe	y_t Breite	Breite \times Höhe	$\langle N_{ch} \rangle$
14	3.98 ± 0.06	2.16 ± 0.04	8.60 ± 0.21	9.3 ± 0.4
22	4.32 ± 0.10	2.54 ± 0.04	10.97 ± 0.31	11.3 ± 0.5
29	4.80 ± 0.03	2.55 ± 0.03	12.24 ± 0.16	12.8 ± 0.6
35	5.08 ± 0.03	2.70 ± 0.03	13.72 ± 0.17	13.8 ± 0.2
55	6.06 ± 0.10	2.82 ± 0.05	17.09 ± 0.41	16.9 ± 0.3
91	6.41 ± 0.07	3.18 ± 0.04	20.38 ± 0.34	20.9 ± 0.2
133	7.11 ± 0.16	3.26 ± 0.05	23.18 ± 0.63	23.8 ± 0.7
161	7.26 ± 0.15	3.49 ± 0.05	25.34 ± 0.64	25.8 ± 0.7
172	7.60 ± 0.27	3.30 ± 0.06	25.08 ± 1.00	27.4 ± 0.9

Tabelle 7.1: Die Höhe des Rapidityplateaus, sowie die Breite der y_t Verteilung. Ebenfalls wird das Produkt beider Messungen mit der geladene Multiplizität verglichen.

Die Abbildung 7.5 stellt die Plateauhöhe gegen die Schwerpunktsenergie dar. Die volle Linie verbindet die Punkte, die aus der Plateauhöhenbestimmung der Monte Carlo Verteilungen (Jetset7.4) gewonnen wurden. Sie ist aus der Anpassung eines Polynoms zweiten Grades in $\ln E_{CM}$ gewonnen und repräsentiert das Modell ausgezeichnet. An die Daten wurde eine Funktion vom Typ $a + b \cdot \ln E_{CM}$ angepasst, mit $a = 0.09 \pm 0.09$, $b = 1.40 \pm 0.02$ ($\chi^2/ndf = 1.7$ (gestrichelte Linie)). Somit wächst die Plateauhöhe stärker als $1 \cdot \ln E_{CM}$, und der Werte des Summanden a ist mit null verträglich. Mögliche Erklärungen für diese deutliche Zunahme an Transversalimpuls sind zum einen *harte* Gluonbremsstrahlung, zum anderen die Aufteilung des Longitudinalimpulses im Partonschauer durch kollineare Gluonabstrahlung.

Mit wachsender Energie nimmt auch die Breite der Rapidityverteilung zu (das Plateau wird länger). Für eine quantitative Aussage wurde die "Breite" der Rapidityverteilung als derjenige Wert definiert, bei dem die Verteilung auf die Hälfte des Plateauwertes abgefallen ist. Im Rahmen der statistischen und systematischen Unsicherheiten bei der Bestimmung der Plateauhöhe finden sich die Werte aus Tabelle 7.1. Diese Tabelle enthält ebenfalls das Produkt aus Höhe und Breite der y_t Verteilung, welches näherungsweise der geladene Multiplizität entspricht. Die Übereinstimmung mit dem unabhängig gemessenen Wert von $\langle N_{ch} \rangle$ ist befriedigend. Die gestrichelte Linie Abbildung 7.6 zeigt wiederum das Ergebnis eines Fits mit der Funktion $a + b \cdot \ln E_{CM}$.

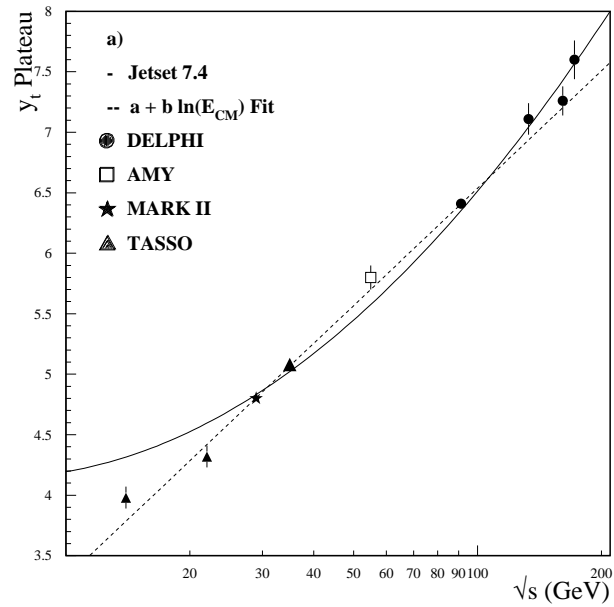


Abbildung 7.5: Energieentwicklung der Höhe des Rapidityplateaus

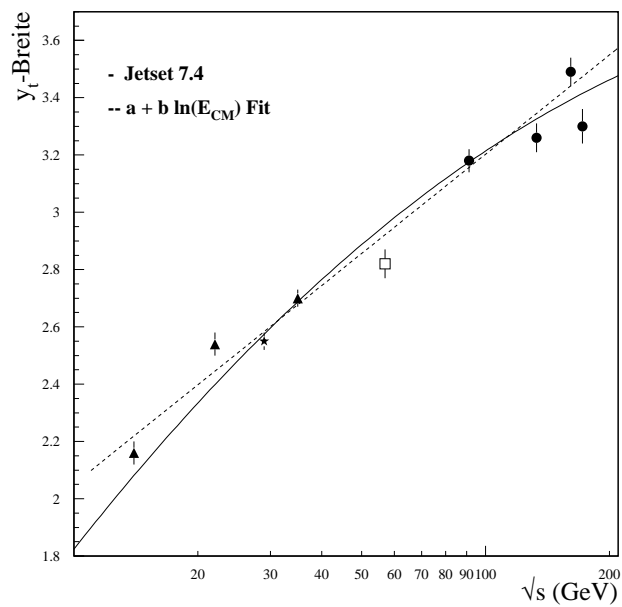


Abbildung 7.6: Energieentwicklung der Breite der Rapidityverteilung

Der erwarteten Energieabhängigkeit entspricht eine Steigung $b = 1$, denn wie in Kapitel 2 ausgeführt variiert der kinematische cut-off der Rapidität mit dem Logarithmus der Energie. Der Fit liefert $a = 0.89 \pm 0.07$, $b = 0.50 \pm 0.02$ ($\chi^2/ndf = 2.9$). Der beobachtete Anstieg fällt also deutlich geringer aus. Wiederum verbindet die volle Linie die Monte Carlo Punkte, die mit einem Polynom zweiten Grades in $\ln(E_{CM})$ parametrisiert wurden. Dieses Modell beschreibt im Rahmen der Streuung die Daten korrekt. Der Multiplizitätsgewinn

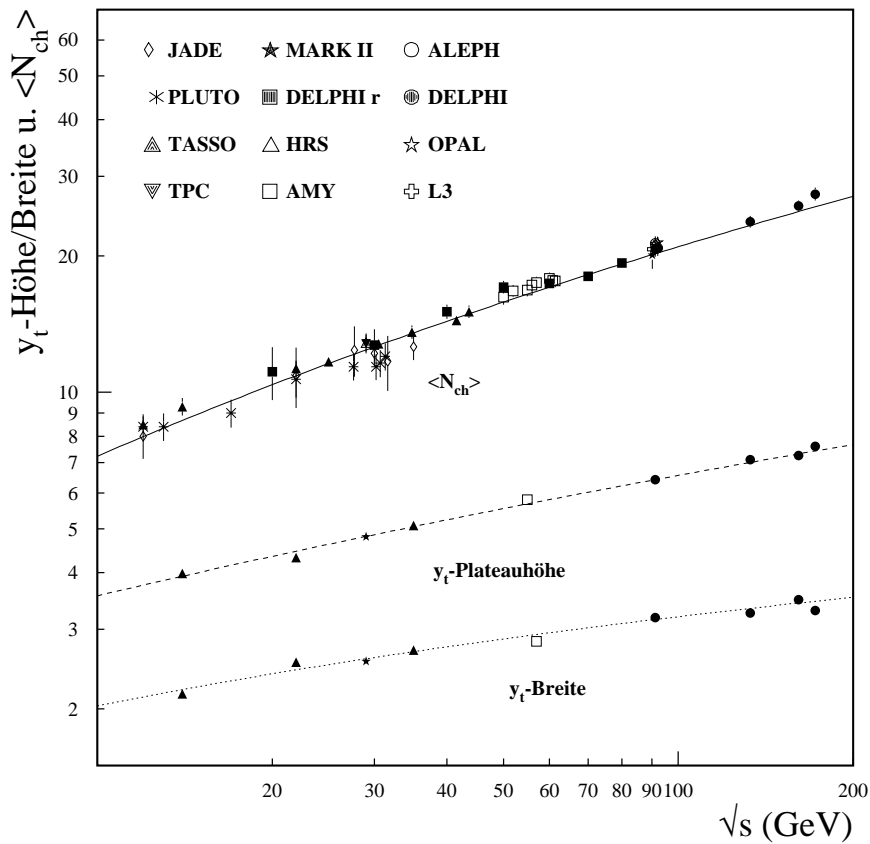


Abbildung 7.7: Zusammenhang zwischen Höhe und Breite der Rapiditätsverteilung, sowie der Multiplizität.

findet also sowohl durch Zunahme der Plateauhöhe, als auch durch Anwachsen seiner Länge statt. Dieser Zusammenhang ist ebenfalls in Abb. 7.7 dargestellt. Neben den Werten für Plateauhöhe und Breite (jeweils mit Parametrisierung der Daten durch ein Polynom zweiten Grades in $\ln E_{CM}$), stellt die volle Linie das Produkt der Daten-Parametrisierungen dar. Aus dieser Bildung ergibt sich jedoch überschlägig die geladene Multiplizität. Tatsächlich befinden sich die gemessenen Werte für $\langle N_{ch} \rangle$ (obere Reihe der Datenpunkte) in guter

Übereinstimmung damit. Die doppeltlogarithmische Darstellung in Abb. 7.7 erlaubt es die relative Steigung von Höhe und Breite der Rapidität abzulesen. Für quantitative Aussagen wurde eine Funktion vom Typ $a \cdot E_{\text{CM}}^b$ an die Energieentwicklung von Breite und Plateauhöhe angepasst (nicht abgebildet). Dies liefert für die Breite einen Exponenten von $b = 0.17 \pm 0.01$, und für die Höhe einen Wert von $b = 0.25 \pm 0.02$. Aus dem Verhältnis der *relativen* Steigungen von ca. 1.5 kann geschlossen werden, daß die Multiplizitätszunahme stärker durch Anwachsen der Plateauhöhe, als durch Zunahmen seiner Länge stattfindet.

7.3 ξ_p und ein Test der MLLA/LPHD

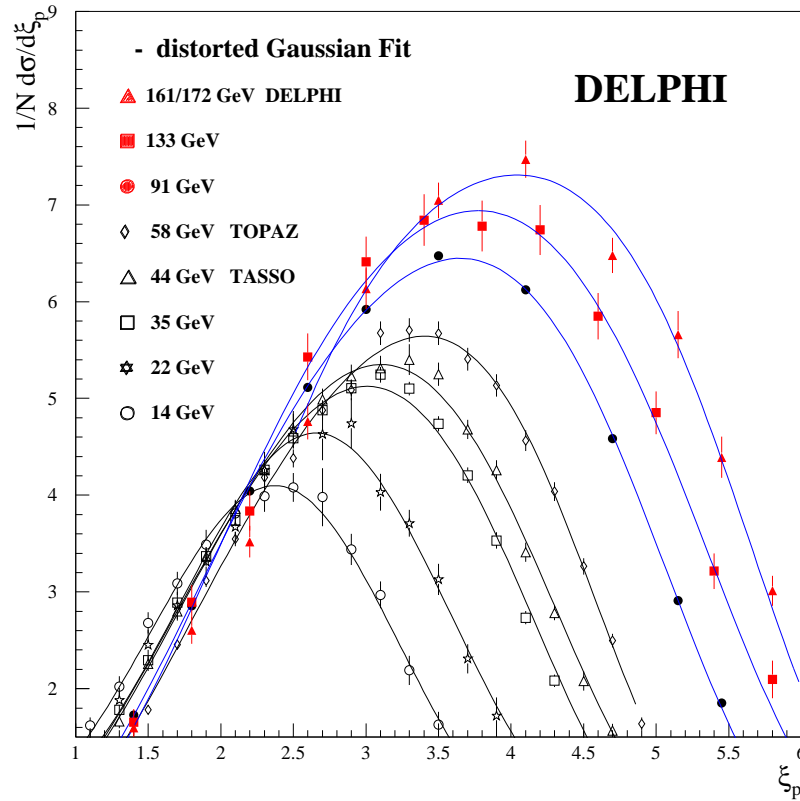


Abbildung 7.8: ξ_p Verteilungen für geladene Teilchen, mit QCD motivierter Parametrisierung.

Für die ξ_p Verteilung gibt es auf der Grundlage der MLLA/LPHD die Vorhersage einer der Gaussverteilung ähnlichen Form (2.2). Diese wird auch als “distorted gaussian” bezeichnet. Verwendet man die von Fong und Webber gerechneten Werte für Breite, Schräge, Kurtosis und $\langle \xi \rangle$ hängt diese Parametrisierung von drei freien Parametern ab: dem effektiven Skalenparameter Λ_{eff} , der Normierung N , sowie einer energieunabhängigen $\mathcal{O}(1)$ Korrektur für den Mittelwert $\langle \xi \rangle$. Ein Fit des “distorted gaussian” gestattet also die Bestimmung dieser Parameter für jede Energie. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.2 zusammengestellt. Neben den DELPHI Messungen bei hohen Energien und den 94er Daten bei 91 GeV wurden ebenfalls die TASSO Daten von 14 bis 44 GeV [55] und das TOPAZ Spektrum von 58 GeV [34] einbezogen.

Man findet für den Skalenparameter Λ_{eff} einen mittleren Wert von $191 \pm 13_{(\text{stat})}$ MeV. Die ermittelten Werte für die Normierung befinden sich in sehr guter

E_{CM} [GeV]	Λ_{eff} [MeV]	$\mathcal{O}(1)$	N	$\langle N_{ch} \rangle$	χ^2/ndf
14	208 ± 24	-0.55 ± 0.08	9.0 ± 0.2	9.3 ± 0.4	0.7
22	257 ± 51	-0.43 ± 0.14	10.7 ± 0.3	11.3 ± 0.5	0.7
35	214 ± 17	-0.54 ± 0.05	13.6 ± 0.1	13.8 ± 0.2	0.3
44	207 ± 26	-0.61 ± 0.09	15.1 ± 0.3	15.1 ± 0.5	0.3
58	202 ± 21	-0.56 ± 0.71	16.7 ± 0.2	16.9 ± 0.3	1.0
91	156 ± 1	-0.739 ± 0.005	21.62 ± 0.2	20.9 ± 0.2	2.8
133	124 ± 33	-0.92 ± 0.19	24.5 ± 0.7	23.8 ± 0.7	2.0
161	206 ± 45	-0.48 ± 0.14	25.4 ± 0.6	25.8 ± 0.7	0.8
172	145 ± 47	-0.74 ± 0.20	25.9 ± 0.8	27.4 ± 0.9	3.0
Mittelwert:	191 ± 13	-0.62 ± 0.05			

Tabelle 7.2: Die Parameter Λ_{eff} , N sowie die $\mathcal{O}(1)$ Korrektur zu $\langle \xi \rangle$ sind aus dem Fit der Beziehung (2.2) gewonnen. $\langle N_{ch} \rangle$ ist die unabhängig gemessene Multiplizität.

Übereinstimmung mit den unabhängig gemessenen Werten für die geladene Multiplizität [50]. Die $\mathcal{O}(1)$ Korrektur für $\langle \xi \rangle$ beträgt im Mittel -0.62 ± 0.05 .

Die qualitative Energieabhängigkeit dieser Verteilung kann Abbildung 7.8 entnommen werden. Hier ist der “distorted gaussian” jedoch mit 5 freien Parametern (also ohne Ausnutzung der Fong/Webber Rechnung) gefittet worden.

Ob die LPHD Hypothese eines direkten Vergleiches von partonischen und hadronischen Spektren sinnvoll ist, kann auch dadurch überprüft werden, daß man die Werte und Energieabhängigkeit der “distorted-gaussian” Parameter (Schräge, Kurtosis, σ und $\langle \xi \rangle$) mit den von Fong und Webber gerechneten Parametern der partonischen Verteilung vergleicht. Um die Anzahl korrelierter Größen im Fit zu verringern wurde deshalb ein “distorted-gaussian” an die Daten angepasst, bei dem für die Multiplizität der unabhängig gemessene Wert eingesetzt wurde. Der Fitbereich überdeckte dabei symmetrisch das Intervall, in dem die ξ_p Verteilung auf ca. 60 % ihres Maximalwertes abgefallen ist. Das Ergebnis ist in Abbildung 7.9 dargestellt. Die vollen Linien repräsentieren die Energieentwicklung der Fong/Webber Parameter für $\Lambda_{\text{eff}} = 200$ MeV und einem Wert der $\mathcal{O}(1)$ -Korrektur von 0.6. Offensichtlich ist das Maximum in führender Ordnung $\langle \xi \rangle$ sowie die Breite der Verteilung σ in befriedigender Übereinstimmung mit den gerechneten Eigenschaften der partonischen Spektren. Hinsichtlich der Schräge s , sowie der Kurtosis k , (die bei negativen Werten eine Aufweitung des Peak-Bereiches bewirkt) ist die Energieentwicklung in geringerer Übereinstimmung mit der Vorhersage. Aufgrund der hohen Korrelation der Parameter ist die experimentelle Überprüfung jedoch erschwert.

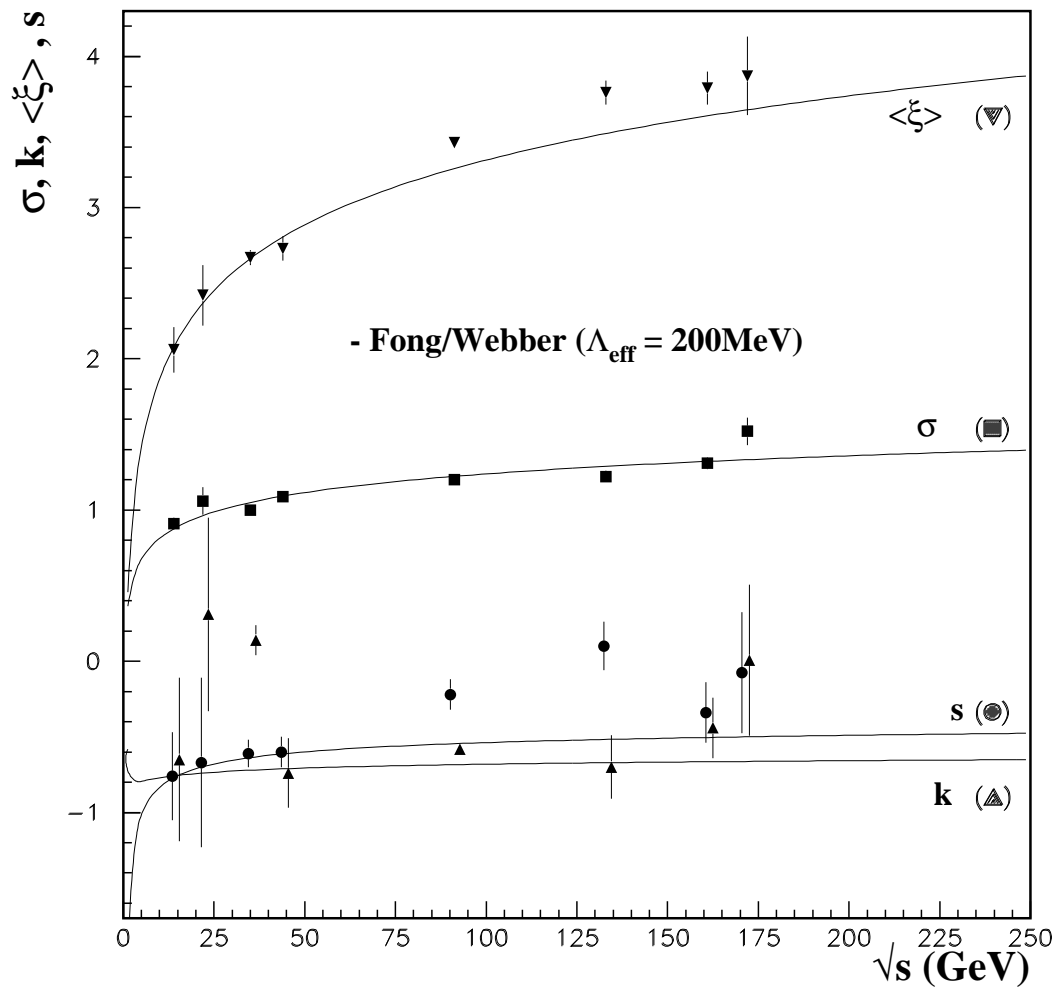


Abbildung 7.9: Energieentwicklung der “distorted-gaussian” Parameter. Die volle Linie stellt den Verlauf der von Fong und Webber gerechneten Parameter der Partonverteilung dar.

7.3.1 Das Maximum der ξ_p Verteilung

Für die Energieentwicklung des Maximums der ξ_p Verteilung (ξ^*) macht die MLLA/LPHD ebenfalls eine Vorhersage (siehe Gleichung (2.3)). In diesen Ausdruck geht als einziger freier Parameter die effektive QCD Skala Λ_{eff} ein. Die Anpassung dieser Beziehung an die Daten erlaubt also sowohl eine qualitative Überprüfung der MLLA/LPHD Hypothese, als auch eine Bestimmung dieser Größe.

Die Berechnung von ξ^* erfolgt dabei durch einen Fit des “distorted gaussian” mit drei Parametern, also unter Ausnutzung der von Fong und Webber bestimmten Koeffizienten. Der Fitbereich überdeckt dabei symmetrisch das Intervall, in dem die ξ_p Verteilung auf ca. 60 % ihres Maximalwertes abgefallen ist. Es existiert kein verbindliches Verfahren zur ξ^* Bestimmung, und ähnliche Analysen verwenden polynomiale Fits oder einfache Gaussfunktionen. Dies verursacht Schwierigkeiten bei der Kombination mit anderen Experimenten, falls die ξ_p Spektren nicht zugänglich sind. Die Wahl des “Fong-Webber” Fits bedeutet dabei keine Annahme der LPHD Hypothese. Vielmehr handelt es sich um eine Parametrisierung, die flexibler ist als eine einfache Gaussfunktion, gegenüber dem “distorted-gaussian” mit fünf freien Parametern jedoch den Vorteil geringerer statistischer Fehler aufweist. Gründliche Studien der ALEPH Kollaboration [58] zeigen, daß der Einfluß der Fitfunktion (einfacher Gauss gegenüber “Fong-Webber” Parametrisierung) lediglich eine konstante Verschiebung von im Mittel 0.064 beträgt (“Fong-Webber” führt auf systematisch höhere Werte). Dieser Effekt kann jedoch in führender Ordnung durch den Skalenparameter absorbiert werden, sodaß die qualitative Überprüfung der MLLA/LPHD davon unberührt bleibt.

Um die Korrelation dieser Unbestimmtheit auszunutzen, gehen nur ξ_p Maxima in die Analyse ein, die auf diese Weise konsistent gewonnen wurden (aus diesem Grund bleiben OPAL und L3 Daten unberücksichtigt). Tabelle 7.3 stellt die verwendeten ξ^* Werte zusammen [57]. Die angegebenen Fehler sind die quadratische Summe der statistischen und unkorrelierten systematischen Unbestimmtheit. Der statistische Fehler berücksichtigt die Korrelationen zwischen den Fitparametern. Die systematischen Fehler der Messung können durch Schwankung des ξ^* Wertes unter Variation der Schnitte abgeschätzt werden. Unterschieden nach Schnitten auf $\text{ISR}(\sqrt{s'}, E_{\text{tot}})$, WW (B_{min}) und Detektoreffekte (θ_{thrust} , N_{ch}) kann der systematische Fehler in Komponenten aufgebrochen werden (siehe Tabelle 7.4). Im Falle der TASSO Daten muß der systematische Fehler der ξ^* Bestimmung abgeschätzt werden. Dazu wird folgendes Modell für die Kovarianzmatrix gewählt [57]:

$$C_{ij} = \delta_{ij} \sigma_{i,\text{stat}}^2 + \sigma_{i,\text{sys}} \sigma_{j,\text{sys}} \left(1 - 2 \frac{|\xi_i - \xi_j|}{\Delta \xi_{\text{max}}} \right)$$

ξ_i ist dabei der ξ -Wert im Zentrum des i -ten Bins, $\Delta \xi_{\text{max}}$ der Fitbereich und σ_i die statistischen bzw. systematischen Fehler des i -ten Bins. Die Annah-

E_{CM} [GeV]	Experiment	ξ^*
14	TASSO	2.453 ± 0.053
22		2.738 ± 0.057
35		3.072 ± 0.023
44		3.174 ± 0.039
91.2	DELPHI	3.701 ± 0.017
	ALEPH	3.670 ± 0.009
133	DELPHI	3.889 ± 0.040
	ALEPH	3.968 ± 0.069
161	DELPHI	4.127 ± 0.040
	ALEPH	4.085 ± 0.087
172	DELPHI	4.126 ± 0.050
	ALEPH	4.064 ± 0.094

Tabelle 7.3: ξ^* aus ‘‘Fong-Webber’’ Parametrisierung, und bei 60% Wahl des Fitbereiches.

me dieser Kovarianzmatrix bedeutet eine *sehr* konservative Abschätzung der Korrelationswirkung, da die Nebendiagonalelemente von C_{ij} mit wachsendem Abstand der Bins zunehmende Antikorrelation aufweisen. Die Punkte an den entgegengesetzten Seiten des Fitbereiches haben schließlich den Korrelationskoeffizienten von -1. Dies bewirkt aber gerade den maximalen Effekt auf die Position des ξ_p Maximums.

Abbildung 7.10 zeigt neben dem Fit der Funktion (2.3) mit einem $\chi^2/ndf = 1.25$ die Vorhersage des inkohärenten Partonschauer Modells ($\ln(E_{\text{CM}}/a)$). Auch diese Vorhersage ist an die Daten gefittet ($\chi^2/ndf = 44.7$). Die beobachtete Zunahme des ξ^* Wertes ist geringer als in diesem Modell, und kann als Hinweis auf die Gluonwinkelordnung (siehe Kapitel 1) gedeutet werden.

Der auf diese Weise ermittelte Wert des Skalenparameters von $\Lambda_{\text{eff}} = 200 \pm 3$ MeV ist konsistent zu dem Resultat der ‘‘Fong-Webber Fits’’ der ξ_p Spektren jeder einzelnen Energie, bei dem ein mittleres Λ_{eff} von 191 ± 13 MeV gewonnen wurde. Diese Messung entspricht einem ‘‘effektiven’’ Wert der starken Kopplung

Energie	ξ^*	Sys _{WW}	Sys _{ISR}	Sys _{Det}	Sys _{tot}	Stat	Fehler _{gesamt}
91 GeV	3.701	-	-	0.017	0.017	0.002	0.017
133 GeV	3.889	-	0.015	0.015	0.021	0.034	0.040
161 GeV	4.127	0.020	0.009	0.013	0.026	0.031	0.040
172 GeV	4.126	0.028	0.010	0.013	0.032	0.039	0.050

Tabelle 7.4: Einzelfehler von ξ^*

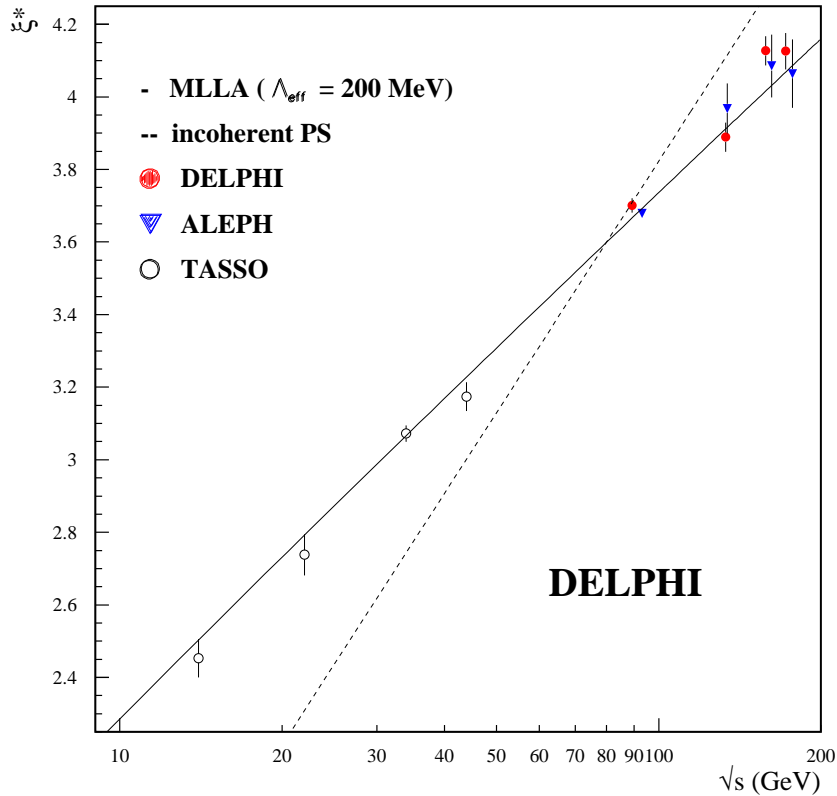


Abbildung 7.10: Energieentwicklung des Maximums der ξ_p Verteilung ohne Flavourkorrektur

von $\alpha_s(m_Z) = 0.128_{-0.02}^{+0.01}$ (bei $n_f = 3$). Wie in Kapitel 1 ausgeführt ist jedoch keine direkte Vergleichbarkeit mit anderen Messungen dieses Parameters möglich.

Flavourkorrektur

Abbildung 7.10 scheint ein überzeugender Beleg für das MLLA/LPHD Konzept, jedoch berücksichtigt die Beziehung (2.3) keine Quarkmassen und Flavoureffekte. Monte Carlo Studien erweisen jedoch die Flavourabhängigkeit des ξ^* Wertes, und zudem variieren die Flavour-Produktionsraten mit der Schwerpunktsenergie.

In Referenz [57] wird deshalb vorgeschlagen, diesen Effekt durch einen Korrekturfaktor C_{flavour} gemäß folgender Bildung zu modellieren :

$$C_{\text{flavour}} = \frac{\xi^*(\text{alle Flavour})}{\xi^*(u\bar{u})}$$

Eine Parametrisierung der Form $C(E_{CM}) = a + b \cdot \exp(-E_{CM}/c)$ führt mit Monte Carlo Studien auf die Werte $a = 0.976$, $b = 0.0612$ und $c = 31.3$ GeV [57]. Der Verlauf dieses Korrekturfaktors ist in Abbildung 7.11 dargestellt. Die Position des Z nicht ausgezeichnet: Die Wirkung der erhöhten b Produktion wird offensichtlich durch andere Effekte kompensiert. Die "Flavour-korrigierte" Theorievorhersage gewinnt man nun durch Multiplikation der MLLA Vorhersagen (2.3) mit dem Korrekturfaktor. Den Vergleich mit den Daten zeigt Abb.7.12.

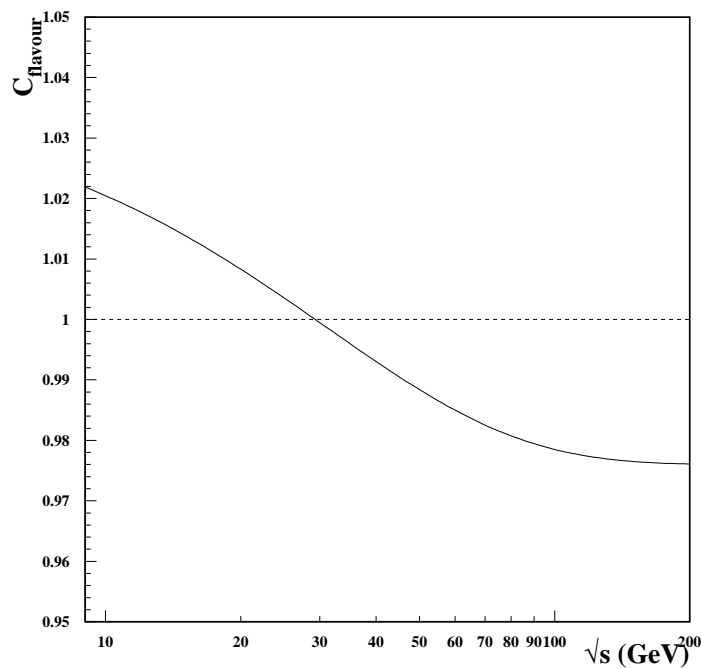


Abbildung 7.11: Energieabhängigkeit des Flavour Korrekturfaktors

Das χ^2 der MLLA Vorhersage verschlechtert sich auf einen Wert von 2.5 pro Freiheitsgrad ($\Lambda_{\text{eff}} = 179 \pm 3$ MeV), wohingegen das Phasenraum bzw. inkohärente Partonschauer Modell ein leicht verbessertes χ^2/ndf von 14.8 aufweist. Daraus kann man den Schluß ableiten, daß die Übereinstimmung der nicht-modifizierten MLLA Vorhersage ($\chi^2/ndf = 1.25$) teilweise zufällig ist.

Abweichung von ξ^* und $\langle \xi \rangle$

Eine weitere MLLA/LPHD Vorhersage betrifft die Abweichung zwischen dem Maximum der ξ_p Verteilung (ξ^*) und ihrem Mittelwert ($\langle \xi \rangle$). Dieser Effekt

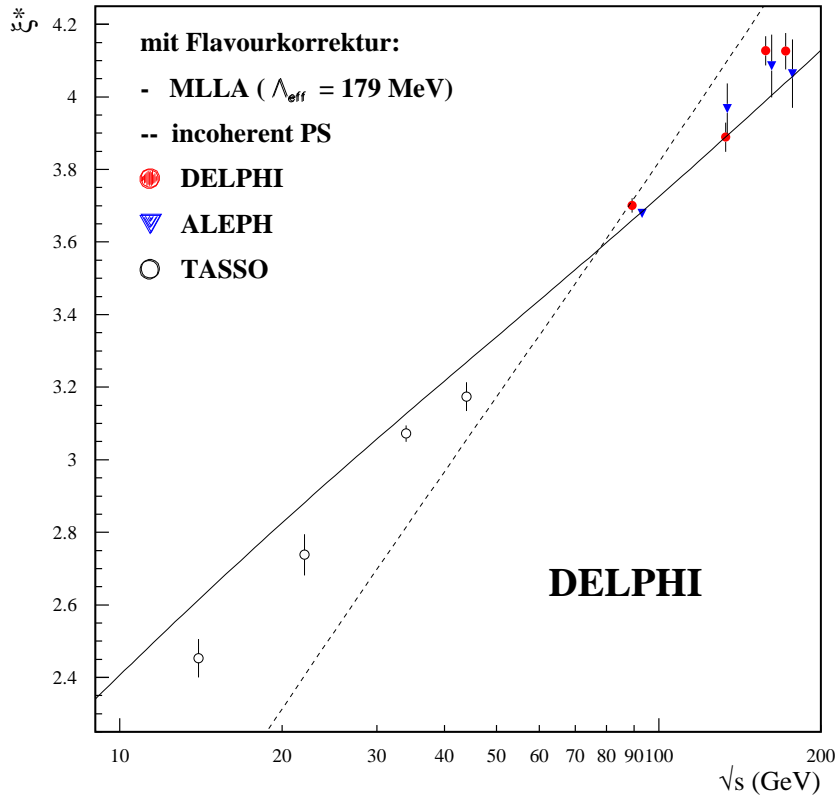


Abbildung 7.12: Energieentwicklung des Maximums der ξ_p Verteilung mit Flavourkorrektur

gestattet es den Einfluß der einfach logarithmischen Anteile in der MLLA zu studieren, da die ξ_p Verteilung in der DLA² gaussförmig (also symmetrisch) ist. Die MLLA/LPHD Vorhersage beträgt $\xi^* - \langle \xi_p \rangle = 0.351$ [23]. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist in Tabelle 7.5 sowie Abb. 7.13 angegeben. Die Werte für das mittlere ξ wurden dabei aus dem “distorted-gaussian” Fit bestimmt, in den $\langle \xi \rangle$ als freier Parameter eingeht (siehe Abb. 7.9). Eine Ermittlung der $\langle \xi \rangle$ -Werte durch Integration der gesamten Verteilung würde dem Umstand nicht Rechnung tragen, daß die MLLA Vorhersage nur in einem Bereich um das Maximum des ξ_p Spektrums gültig ist [59]. In den Grenzen der durch diesen Umstand beträchtlichen Fehler findet sich eine gute Übereinstimmung.

²Double Log Approximation

E_{CM} [GeV]	ξ^*	$\langle \xi_p \rangle$	$\xi^* - \langle \xi_p \rangle$
14	2.453 ± 0.053	2.06 ± 0.15	0.39 ± 0.16
22	2.738 ± 0.057	2.42 ± 0.20	0.32 ± 0.21
35	3.072 ± 0.023	2.67 ± 0.05	0.40 ± 0.06
44	3.174 ± 0.039	2.73 ± 0.08	0.44 ± 0.09
91	3.701 ± 0.017	3.43 ± 0.01	0.27 ± 0.02
133	3.889 ± 0.040	3.76 ± 0.08	0.13 ± 0.09
161	4.127 ± 0.040	3.79 ± 0.11	0.37 ± 0.12
172	4.126 ± 0.050	3.87 ± 0.26	0.26 ± 0.26
Mittelwert:			0.319 ± 0.021

Tabelle 7.5: Abweichung zwischen ξ_p Maximum und Mittelwert. Die MLLA/LPHD Vorhersage beträgt 0.351.

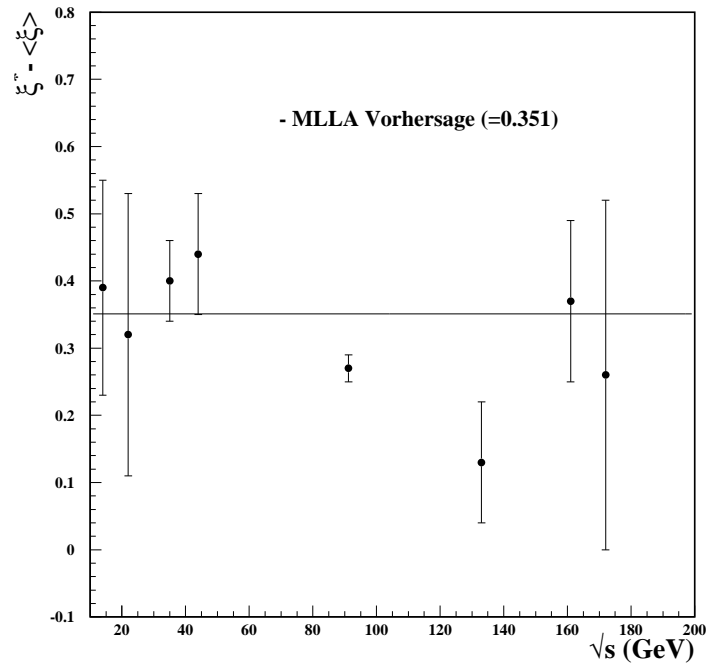


Abbildung 7.13: Vergleich der Abweichung zwischen Maximum und Mittelwert der ξ_p Verteilung mit MLLA Vorhersage.

7.4 Impulsspektren und ein Test der MLLA/LPHD

Die Existenz des “hump backed” Plateaus der ξ_p Verteilung sowie seine Energieentwicklung zeigen, daß sich im Partonschauer *nicht* die energieärmsten Teilchen am effektivsten multiplizieren, sondern jene in einem “mittleren” Energiebereich. Tatsächlich erwartet man sogar, daß die Abstrahlung langwelliger Gluonen *energieunabhängig* erfolgt, da diese die Substruktur des Systems nicht auflösen und kohärent von der gesamten Farbladungsquelle emittiert werden [25]. Diese Eigenschaft der Partonen sollte sich gemäß der LPHD Hypothese auch in hadronischen Impulsspektren manifestieren. Diese Vorhersage betrifft den *absoluten* Impuls, und wird beim Studium des *skalierten* Impulses (x_p bzw. ξ_p) verschleiert.

In Abbildung 7.14 ist der differentielle Wirkungsquerschnitt als Funktion von $|\vec{p}|$ dargestellt. Neben den DELPHI Daten erlauben die Spektren von TOPAZ (58 GeV) und TASSO (14 und 22 GeV), sowie die TPC Daten bei 29 GeV, auch den Vergleich mit niedrigen Energien. Bei letzteren wurden die Spektren durch Reskalieren der x_p Verteilungen gewonnen [34, 55, 56].

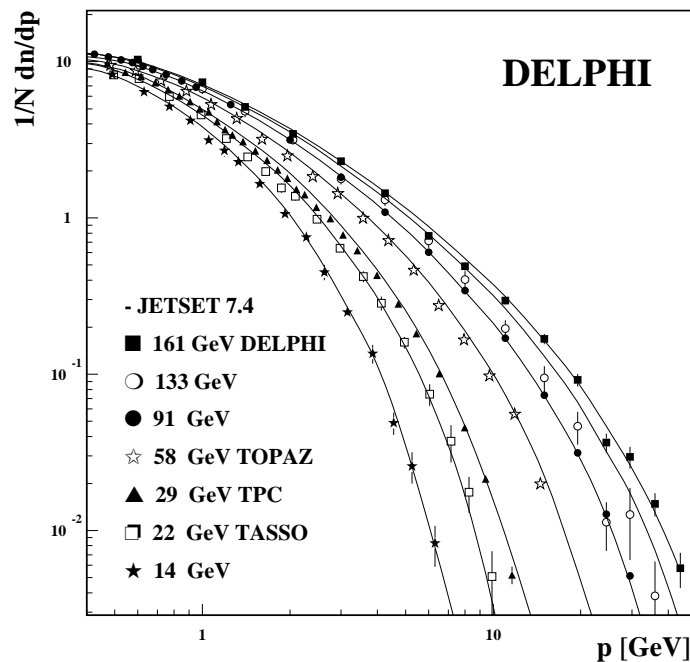


Abbildung 7.14: Differentielle Wirkungsquerschnitte in p mit Modellvergleich.

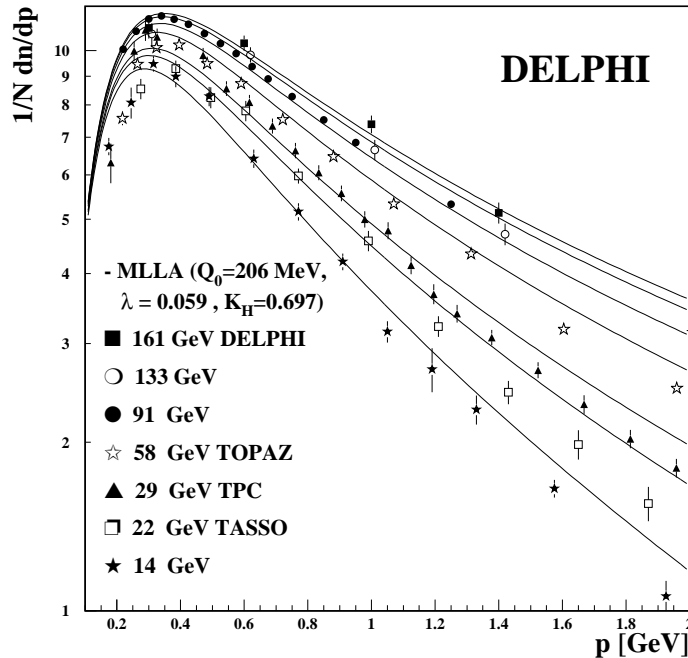


Abbildung 7.15: Differentielle Wirkungsquerschnitte in p . Die Parameter der LPHD/MLLA Vorhersage (volle Linien) sind aus einem gemeinsamen Fit aller Energien gewonnen.

Man findet, daß für Impulse unterhalb von ≈ 1 GeV die DELPHI Daten durch eine universelle Kurve beschrieben werden können. Die Niederenergie-daten liegen in diesem Bereich allerdings $\approx 10\%$ unter der DELPHI Messung. Die durchgezogenen Kurven gestatten jeweils den Vergleich mit JETSET 7.4 .

Um den interessantesten Bereich kleiner Impulse genauer zu studieren, ist in Abb. 7.15 das Intervall von 100 MeV bis 2 GeV dargestellt. Die durchgezogenen Linien sind hier die MLLA/LPHD Vorhersage, die durch numerische Integration der Gleichung (2.5) gewonnen wurden. Diese sagt ein universelles Verhalten erst bei Impulsen von ≈ 100 MeV voraus³. Die Parameter der MLLA Vorhersage ($\lambda = \ln Q_0/\Lambda$, Q_0 und die Normierung K_h) sind dabei durch einen *simultanen* Fit aller Energien gewonnen worden ($\chi^2/ndf=438/76$).

Diese Vorhersage beschreibt sowohl die Form jeder *einzelnen* Energie, als auch die *Energieabhängigkeit* dieser Observablen sehr überzeugend. Im Bereich sehr kleiner Impulse, sowie oberhalb von einem GeV, liegen die Niederenergieexperi-

³Dieser Bereich ist jedoch durch sekundäre Wechselwirkungen dominiert, und somit experimentell kaum zugänglich. Aus diesem Grund verwirft diese Analyse alle Spuren mit einem Impuls von unter 200 MeV.

mente jedoch systematisch zu tief.

Tabelle 7.6 zeigt die Ergebnisse des MLLA-Fits für die verschiedenen Energien einzeln (Fitbereich bis ≈ 2 GeV). Die Energieabhängigkeit der Fitparameter ist ebenfalls Abb. 7.16 zu entnehmen. Im LPHD Konzept sollten diese nicht von der Schwerpunktsenergie abhängen. Daneben finden sich in Tabelle 7.6 auch die Resultate der gemeinsamen Fits *aller* Energien aus Abb. 7.15, sowie aller Niederenergie- und DELPHI Daten. Auffällig ist das ausgezeichnete χ^2/ndf von 1.1 für die gemeinsame Beschreibung der DELPHI Daten von 91 bis 172 GeV. Die geringere Güte des simultanen Fits *aller* Energien ist offensichtlich Inkonsistenzen unter den Niederenergieparametern geschuldet ($\chi^2/ndf = 4.5$).

Übersetzt man die gewonnenen Werte für $\lambda = \ln(Q_0/\Lambda_{\text{eff}})$ und Q_0 in Werte des effektiven Skalenparameters findet man für die verschiedenen Anpassungen an *mehrere* Energien:

Energien [GeV]	Λ_{eff} [MeV]
14-161	193 ± 4
14 -58	208 ± 4
91-172	225 ± 5

Diese Ergebnisse sind konsistent mit der Bestimmung des effektiven Skalenparameters aus der MLLA Beschreibung der ξ_p Spektren, sowie der Energieabhängigkeit seines Maximums ξ^* . Letztere sind jedoch in der "limited spectrum" Näherung ($\Lambda_{\text{eff}} = Q_0$) gewonnen, wohingegen im Falle der p-Spektren der cut-off ebenfalls durch den Fit bestimmt wurde.

E_{CM} [GeV]	K_h (Normierung)	$\lambda = \ln Q_0/\Lambda_{\text{eff}}$	Q_0 (cut-off)	χ^2/ndf
14	0.57 ± 0.05	$0.036 \pm 0.9 \cdot 10^{-2}$	$0.221 \pm 0.7 \cdot 10^{-2}$	4.1
22	0.31 ± 0.03	$0.003 \pm 0.2 \cdot 10^{-2}$	$0.249 \pm 0.9 \cdot 10^{-2}$	3.7
29	0.48 ± 0.04	$0.020 \pm 0.5 \cdot 10^{-2}$	$0.214 \pm 0.6 \cdot 10^{-2}$	3.9
58	0.59 ± 0.04	$0.038 \pm 0.7 \cdot 10^{-2}$	$0.229 \pm 0.5 \cdot 10^{-2}$	6.4
91	0.70 ± 0.04	$0.056 \pm 0.8 \cdot 10^{-2}$	$0.207 \pm 0.3 \cdot 10^{-2}$	0.4
133	0.42 ± 0.11	$0.012 \pm 0.1 \cdot 10^{-1}$	0.24 ± 0.02	1.4
161	0.45 ± 0.13	$0.011 \pm 0.13 \cdot 10^{-1}$	0.25 ± 0.02	1.5
172	0.40 ± 0.12	$0.012 \pm 0.2 \cdot 10^{-1}$	0.21 ± 0.02	1.2
Mittelwert:	0.49 ± 0.04	0.024 ± 0.005	0.228 ± 0.006	
14 - 161	0.697 ± 0.015	0.059 ± 0.004	0.206 ± 0.002	438/76
14 - 58	0.551 ± 0.018	0.024 ± 0.003	0.231 ± 0.003	236/52
91 - 172	0.613 ± 0.035	0.037 ± 0.007	0.216 ± 0.004	27.4/25

Tabelle 7.6: Fitparameter aus Anpassung von (2.5) an Impulsspektren *einzelner* Energien sowie aus gemeinsamen Fits mehrerer Energien.

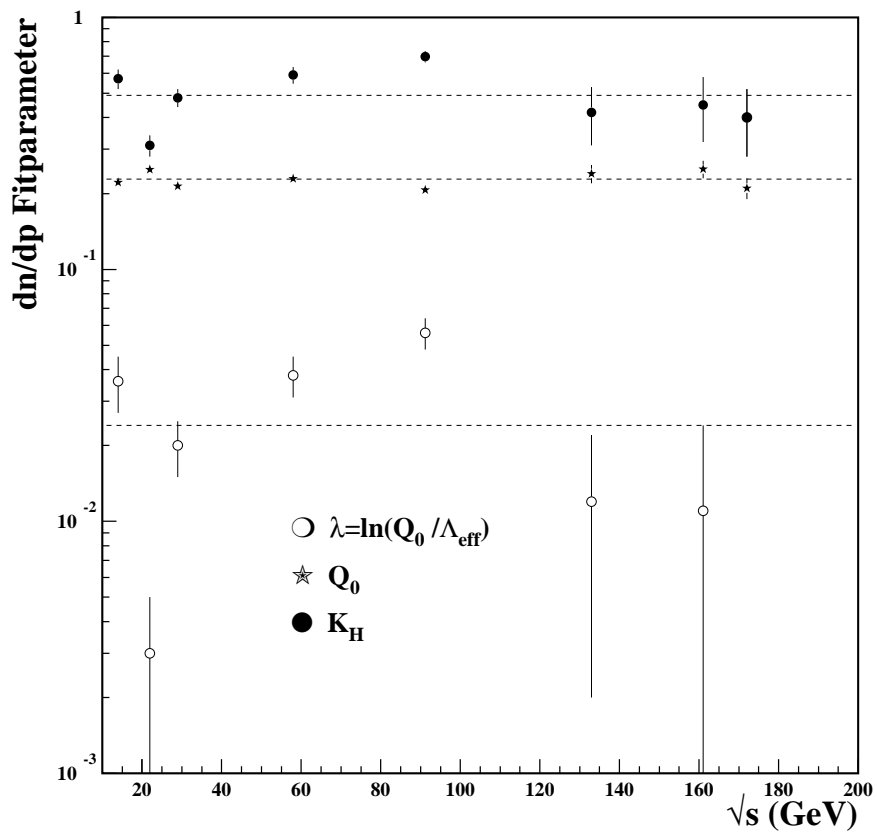


Abbildung 7.16: Energieabhängigkeit der Fitparameter bei Anpassung von Beziehung (2.5) an Impulsspektren. Die gestrichelten Linien geben jeweils den Mittelwert an.

7.4.1 Transversalimpulse

Zum Studium der Energieabhängigkeit der Transversalimpulse werden die Größen p_t , p_t^{in} und p_t^{out} betrachtet. Da die Niederenergieexperimente in der Regel die Sphericity-Achse zur Definition des Transversalimpulses ausgezeichnet haben, wird hier zum Zwecke der besseren Vergleichbarkeit ebenso verfahren (die Transversalimpulse der Abb. 7.1- 7.3 sind bzgl. der Thrustachse berechnet!). Die Abweichungen zwischen diesen beiden Größen im Falle der p_t^{out} Verteilung zeigt Abb.7.17. Für große Transversalimpulse bzgl. der Sphericityachse ist der Wirkungsquerschnitt systematisch kleiner, da die Impulse hier quadratisch eingehen. In beiden Fällen unterschätzt das Modell (JETSET 7.4) den Bereich hoher Transversalimpulse bei 91 GeV.

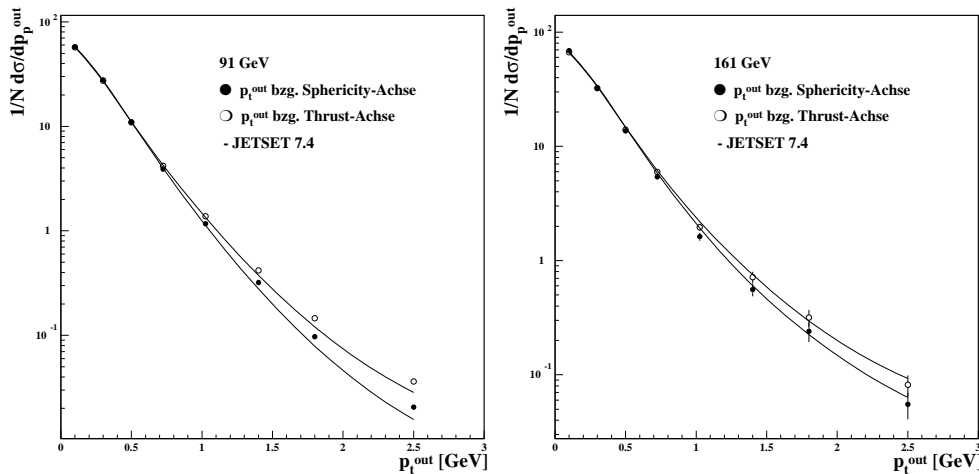


Abbildung 7.17: Vergleich zwischen p_t^{out} bzgl. Thrust und Sphericity Achse

Abbildung 7.18 erlaubt einen qualitativen Vergleich der Transversalimpulse von 14 bis 172 GeV, die vollen Linien stellen die JETSET Vorhersage dar. Das Studium der Energieentwicklung der *mittleren* Transversalimpulse ($\langle p_t \rangle$, $\langle p_t^{in} \rangle$ und $\langle p_t^{out} \rangle$) erlaubt eine übersichtliche Darstellung der DELPHI Daten zusammen mit den Ergebnissen der Niederenergieexperimenten. Tabelle 7.7 stellt die Mittelwerte zusammen, die in die Analyse eingehen. Die Fehler sind jeweils die quadratische Summe aus statistischer- und systematischer Unbestimmtheit. Letztere wurden durch Variation der Schnitte gewonnen. Die Transversalimpulse der Hochenergieexperimente erweisen sich dabei als besonders sensitiv auf die ISR- und W Selektion.

Die Abbildung 7.19 erlaubt einen Vergleich der Energieentwicklung der Mittelwerte von p_t , p_t^{in} und p_t^{out} von 14 bis 172 GeV mit den Vorhersagen verschiedener Monte Carlo Generatoren. Es findet sich eine hohe Übereinstimmung

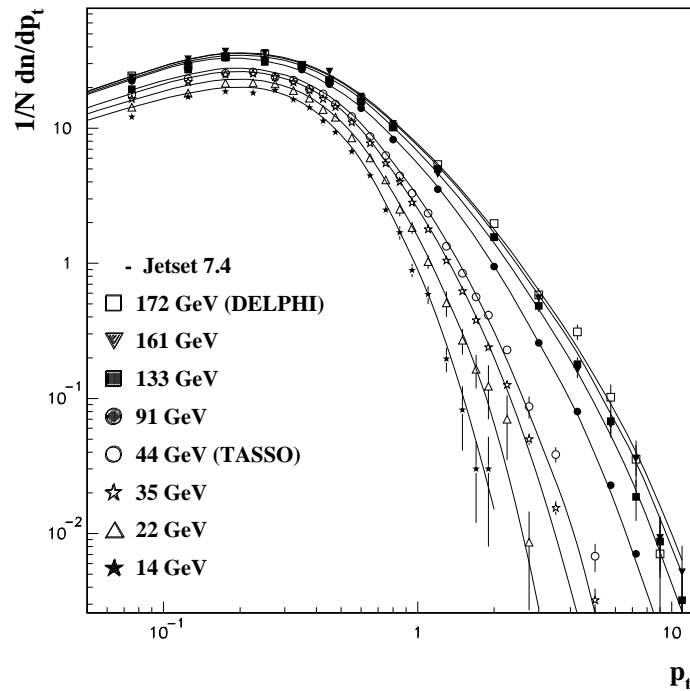


Abbildung 7.18: Transversalimpulse bzgl. Sphericity Achse von 14 bis 172 GeV

zwischen den Modellen und mit den Daten. Auffällig ist die relativ geringe Zunahme des Transversalimpulses *in* der Eventebene. Die Zunahme des Transversalimpulses ist also vor allem Folge der Abstrahlung *eines* harten Gluons, das zu einer 3-Jet Topologie führt.

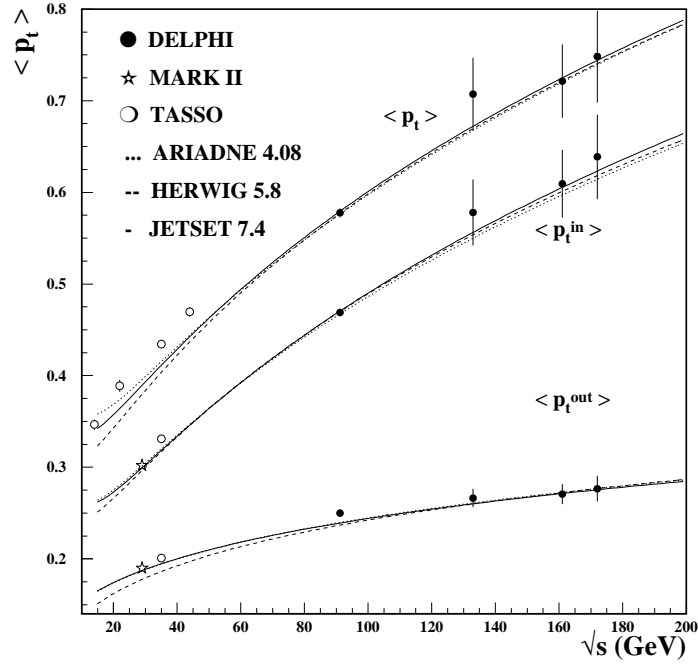


Abbildung 7.19: Energieabhängigkeit der Mittelwerte von p_t , p_t^{in} und p_t^{out} mit Modellvergleich.

E_{CM} [GeV]	$\langle p_t \rangle$	$\langle p_t^{in} \rangle$	$\langle p_t^{out} \rangle$
14	0.3466 ± 0.0064	-	-
22	0.3889 ± 0.0064	-	-
29	-	0.302 ± 0.008	0.190 ± 0.006
35	0.4342 ± 0.0038	0.331 ± 0.002	0.201 ± 0.001
44	0.4695 ± 0.0049	-	-
91	0.5775 ± 0.005	0.4692 ± 0.004	0.2379 ± 0.001
133	0.7070 ± 0.040	0.5852 ± 0.036	0.2664 ± 0.010
161	0.7291 ± 0.044	0.5988 ± 0.036	0.2706 ± 0.011
172	0.7461 ± 0.050	0.6238 ± 0.046	0.2664 ± 0.015

Tabelle 7.7: Mittlere Transversalimpulse

7.5 Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden inklusive Spektren (\vec{p} , $\xi_p = \log \frac{E_{\text{CM}}}{2p}$, $y_t = \frac{1}{2} \log \frac{E+p_{\parallel}}{E-p_{\parallel}}$, p_t^{in} , p_t^{out} sowie p_t), insbesondere ihre Energieabhängigkeit, untersucht. Aus den DELPHI Hochenergiedaten bei 133 GeV (95P3B), 161 und 172 GeV (E Processing)) wurden ca. 900 hadronische Ereignisse selektiert, und auf Detektor- und ISR-Effekte sowie verbleibenden W Untergrund (ab 161 GeV) korrigiert. Neben den DELPHI Daten werden die Messungen verschiedener Niederenergieexperimente einbezogen.

- Der Vergleich mit den Vorhersagen verschiedener Monte Carlo Modellen (Jetset 7.4 PS, Herwig 5.8 sowie Ariadne 4.08) ergibt dabei grundsätzlich eine gute Übereinstimmung mit den Daten. Dies betrifft sowohl jede feste Energie, als auch die Energieentwicklung.
- Zum Studium der Energieabhängigkeit der Rapiditätsverteilung wurde die Höhe und Breite dieser Observablen von 14 bis 172 GeV untersucht. Es zeigt sich, daß die Zunahme der Höhe, die der Breite deutlich übertrifft. Das Verhältnis der relativen Steigungen beträgt ca. 1.5. Der Zuwachs der Multiplizität findet also verstärkt im Bereich niedriger Rapiditäten statt. Dies ist mit einem longitudinalen Phasenraummodell nicht zu erklären, und scheint ebenfalls nicht *nur* auf die QCD Skalenvernetzung zurückzuführen zu sein. An dieser Stelle müssen weitere Studien Klarheit bringen.

Desweiteren liegt ein Schwerpunkt dieser Arbeit auf dem Test des MLLA/LPHD Ansatzes. Dieser behauptet die (bis auf Normierung) direkte Vergleichbarkeit von gerechneten Parton- mit gemessenen Hadronverteilungen. Zu diesem Zweck werden die ξ_p Verteilungen, die Energieentwicklung ihres Maximums ξ^* sowie der differentielle Wirkungsquerschnitt in $|\vec{p}|$ mit Vorhersagen der störungstheoretischen QCD verglichen.

- Es zeigt sich, daß die ξ_p Verteilungen über den gesamten untersuchten Energiebereich (14 - 172 GeV) mit den MLLA Rechnungen parametrisiert werden können.
- Ebenfalls folgt die Energieentwicklung des Maximums ξ^* der MLLA Vorhersage. Diese Übereinstimmung verschlechtert sich jedoch, wenn Flavour-Effekte (Energieabhängigkeit der Flavourproduktionsraten) mit einbezogen werden. Ein reines Phasenraummodell *ohne* Gluon-Winkelordnung kann die ξ^* Evolution jedoch *nicht* beschreiben.
- Der differentielle Wirkungsquerschnitt in $|\vec{p}|$ zeigt im Bereich kleiner Impulse (≤ 1 GeV) ein näherungsweise universelles Verhalten für die DELPHI Daten von 91 bis 172 GeV, und eine $\approx 10\%$ Abweichung für die Niederenergieexperimente. Sowohl die *Form* des Spektrums bei jeder Energie,

als auch die qualitativen Unterschiede zwischen den Energien, können durch die MLLA/LPHD Vorhersage beschrieben werden. Die *Energieunabhängigkeit* des Bereichs kleiner Impulse auf Partonniveau ist Folge der kohärenten Abstrahlung weicher Gluonen. Die Möglichkeit hadronische Spektren dadurch parametrisieren zu können, kann als Hinweis auf diesen Kohärenzeffekt gedeutet werden.

Die MLLA/LPHD stellt sich zusammenfassend als ausgezeichnete Parametrisierung hadronischer Spektren dar. In allen Untersuchungen findet sich für den effektiven Skalenparameter ein Wert von 190-225 MeV. Diese Hinweise für Kohärenzeffekte auf Hadronniveau deuten darauf hin, daß die Struktur hadronischer Ereignisse weitgehend durch die Dynamik des Partonschauers geprägt wird.

Danksagung

Es ist mir eine Freude an dieser Stelle all jenen meinen Dank auszusprechen, die in verschiedener Weise die Entstehung der Arbeit befördert haben. Da ist an erster Stelle K. Hamacher zu erwähnen, dessen physikalische Intuition meine Verblüffung jedesmal neu erregt. Sein Büro verlässt man immer schlauer als man es betreten hat (und dieser Zustand hält mindestens 10 min. an).

Desweiteren war Prof. Drees stets am Fortkommen der Analyse interessiert, und ermöglichte mir mehrere fruchtbare Aufenthalte am CERN.

Ebenfalls danken möchte ich V.Khoze, W.Ochs und S.Lupia, die mir in ausführlichen Emails halfen theoretische Aspekte der LPHD aufzuklären. Bei kleineren und grösseren technischen Problemen bewiesen A.Grefrath, H.Kopka, P.Langefeld, R.Reinhardt, P.Sponholz und Th. Student jederzeit Geduld und Kompetenz.

Dank schulde ich ebenso meinen Mitbewohnern C.B.Wills und U.Feldes; sie spendeten Aufmerksamkeit bzw. Nachsicht bei der Vernachlässigung häuslicher Pflichten. Schließlich beseitigte meine Mutter Katharina Passon zahlreiche Verstöße gegen die Regeln der deutschen Rechtschreibung.

Literaturverzeichnis

- [1] K.Batt (Hrsg.)
Lichtenberg Aphorismen
Insel Verlag 1976

- [2] F.Mandl, G.Shaw
Quantenfeldtheorie
Aula Verlag Wiesbaden 1993

W.Kuhn, J.Strnad
Quantenfeldtheorie
vieweg 1995

- [3] M.Gell-Mann Phys.Lett.8 (1964) 214
G.Zweig CERN Preprints TH401 (17.1.1964) und TH412 (21.2.1964)
(unveröffentlicht)

- [4] St.Glashow Nucl.Phys. **22** (1961) 579
St.Weinberg Phys.Rev.Lett. 19 (1967) 1264
A.Salam Phys.Rev. 127 (1962) 331

- [5] P.Kroll Vorlesung
Einführung in Eichtheorien
BUGH Wuppertal WS 1996/97

- [6] H.Fritsche, M.Gell-Mann, H.Leutwyler Phys.Lett. B 47 (1973) 365
D.J Gross, F.Wilczek Phys.Rev. D8 (1973) 3633
D.J Gross, F.Wilczek Phys.Rev. D9 (1974) 980
H.D.Politzer Phys.Rep. 14(1974) 129

- [7] P.Schmüser
Feynmangraphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker
2., neubearbeitete Auflage, Springer Verlag Berlin Heidelberg 1995

- [8] V.Khoze, persönliche Mitteilung

- [9] B.Foster (Hrsg.)
Electron-Positron Annihilation Physics
Adam Hilger, Bristol and New York 1990

- [10] Altarelli G., Parisi
G. Nucl.Phys. B126 (1977) 298
- [11] L.Lönblad
Ariadne Version 4 - A program for simulation of QCD cascades implementing the colour dipol model
Comp.Phys.Comm. 71 (1992) 15-31
- [12] G.Cowan
QCD at LEP II
Draft
- [13] R.D.Field, R.P.Feynman
A Parametrisation of the Properties of Quark Jets
Nucl.Phys. B136 (1978) 1-76
- [14] T.Sjöstrand
QCD and Jets at LEP
CERN-TH-5902/90
- [15] B.Anderson, G.Gustavson, G.Söderberg
Z.Phys. C20 (1983) 317
- [16] C.Petersen et al. Phys.Rev.Lett. D 27 (1983) 105
- [17] T.Sjöstrand
Phythia 5.7 and Jetset 7.4 Physics and Manual
CERN-TH.7112/93
- [18] G.Marchesini et al.
HERWIG a Monte Carlo event generator for simulating Hadron Emission Reaction With Interfering Gluons
Cavendish-HEP-90/26 May 1991
- [19] G.Sterman, St.Weinberg
Jets from Quantum Chromodynamics
Phys.Rev.Lett. 39 (1977) 23
- [20] Ya.I.Azimov, Yu.L.Dokshitzer, V.A.Khoze and S.I.Troyan
Similarity of parton and Hadron Spectra in QCD Jets
Z.Phys.C 27 65-72 (1985)
- [21] Ya.I.Azimov, Yu.L.Dokshitzer, V.A.Khoze and S.I.Troyan
Z.Phys.C 31, 213-218 (1986)
- [22] N.C.Brümmer
Experimental momentum spectra of identified hadrons in e^+e^- colliders compared to QCD calculations
Z.Phys.C 66, 367-373 (1995)

- [23] Yu.L.Dokshitzer et al.
Basics in Perturbativ QCD
Editions Frontieres, Gif-sur Yvette, 1991
- [24] W.Ochs, persönliche Mitteilung
- [25] V.Khoze, S.Lupia, W.Ochs
Soft particle production and QCD coherence
hep-ph/9610348 (1996)
- [26] S.Lupia, persönliche Mitteilung
- [27] DELPHI Coll. DELPHI 97-110 CONF 92
- [28] E.R. Boudinov P.Chliapnikov, V.A.Uvarov
Is there experimental evidence for coherence of soft gluons from the momentum spectra of hadrons in e^+e^- data?
Phys.Lett. B 309 210-221 (1993)
- [29] F.Becattini
A thermodynamical approach to hadron production in e^+e^- collisions
Z.Phys.C 69. 485-492 (1996)
- [30] G.Hanson, et al.
Phys.Rev.Lett. 35 (1975) 1609
- [31] S.L.Wu, G.Zobernig
A three-jet candidate (run 447, event 13177)
TASSO Note No. 84 (26.6.1979)
- [32] C.P.Fong, B.R.Webber
Higher Order Corrections to Hadron Energy Distributions in Jets
Phys.Lett. B 229 3 (1989) 289-292
- [33] Opal Coll.
A study of coherence of soft gluons in hadron jets
Phys.Lett. B 247 (1990) 617-628
- [34] TOPAZ Coll.
Measurements of inclusive particle spectra and test of MLLA prediction in e^+e^- annihilation at $\sqrt{s}=58$ GeV
Phys.Lett. B 345 (1995) 335-342
- [35] B.R.Webber
Hadronization
hep-ph/9411384
- [36] M.Schmelling
QCD results from the Study of Hadronic Z-Decays
Physica Scripta. Vol.51, 683-713, 1995

- [37] Yu.L.Dokshitzer, V.A.Khoze, S.I.Troyan
Phenomenology of the particle spectra in QCD jets in a modified leading logarithmic approximation
Z.Phys. C 55, 107-114 (1992)
- [38] OPAL Coll.
A study of charged Multiplicities in Hadronic Decays of the Z
Z.Phys. C 53, 539-554 (1992)
- [39] R.Hagedorn
Relativistic Kinematics
W.A.Bejamin Inc. 1973
- [40] DELPHI Coll. P.Abreu et al.
SPRIME A Package for Estimating the Effective $\sqrt{s'}$ centre of mass Energy in $q\bar{q}\gamma$ Events
96-124 PHYS 632
- [41] V.Blobel
Datenauswertung in großen Experimenten der Hochenergiephysik
(21.Herbstschule für Hochenergiephysik 1989, Maria Laach)
- [42] V.B.Anykeyev, A.A.Zhigunov.
Regularization methods for model- and detector-independent estimation of distributions
Phys.Part.Nucl. 24, 424 , July-August 1993
- [43] V.Blobel
Unfolding methods in HEP experiments
DESY Report 84-118
- [44] G.D.Lafferty, T.R.Wyatt
Where to Stick Your Data Points: The Treatment of Measurements Within Wide Bins
CERN-PPE/94-72
- [45] DELPHI Coll.
DELPHI data analyse program (DELANA) User Guide
DELPHI 89-44 PROG 137
- [46] DELPHI Coll.
The Delphi detector at LEP
Nuclear Instruments and Methods A 303 (1991) 233
- [47] DELPHI Coll.
Performance of the DELPHI detector
Nuclear Instruments and Methods A 378 (1996) 57-100

- [48] DELPHI Coll.
Measurement and interpretation of the W-pair Cross-section in e^+e^- interaction at 161 GeV
CERN-PPE/97-09
- [49] DELPHI Coll.
Tuning and test of fragmentation models based on identified particles and precision event shape data
Z.Phys.C73 (1996) 11-59
- [50] DELPHI Coll. CERN-PPE/96-05
DELPHI Coll. CERN-PPE/paper174/draft 1
für die Niederenergie-daten siehe [36]
- [51] TASSO Coll. Z.Phys. C22 (1984) 307-340
- [52] TASSO Coll. Braunschweig et al. Z.Phys. C41 (1988) 359
- [53] AMY Coll. Phys.Rep. D41 (1990) 2675
- [54] A.Pettersen et al. Phys.Rev D Vol.37 (1988) 1-37
- [55] TASSO Coll. Braunschweig et al. Z.Phys. C47 (1990) 187
- [56] TPC/ 2γ Coll. Aihara et al. Phys.Rev.Lett.61 (1988) 1263
- [57] ALEPH Coll. CERN/PPE 96-186
- [58] G.Cowan, A.Hörtnagel, G.Rudolf
Determination of the Peak Position of the Inclusive Distribution of $\xi = -\ln x_p$
ALEPH PH96-17 (internal note)

G.Cowan
More on the Peak Position of the Inclusive Distribution of $\xi = -\ln x_p$
ALEPH PH 96-103 (internal note)
- [59] B.Webber, persönliche Mitteilung

Anhang A

Tabellen

ξ_p	133 GeV	161 GeV	172 GeV
0.0-0.4	$0.03 \pm 0.01 \pm 0.01$	$0.06 \pm 0.02 \pm 0.01$	$0.06 \pm 0.02 \pm 0.01$
0.4-0.8	$0.25 \pm 0.05 \pm 0.03$	$0.31 \pm 0.05 \pm 0.04$	$0.36 \pm 0.07 \pm 0.04$
0.8-1.2	$0.73 \pm 0.10 \pm 0.05$	$0.71 \pm 0.08 \pm 0.05$	$0.78 \pm 0.11 \pm 0.05$
1.2-1.6	$1.46 \pm 0.14 \pm 0.06$	$1.62 \pm 0.13 \pm 0.07$	$1.63 \pm 0.16 \pm 0.07$
1.6-2.0	$2.85 \pm 0.20 \pm 0.09$	$2.79 \pm 0.17 \pm 0.09$	$2.50 \pm 0.20 \pm 0.08$
2.0-2.4	$4.01 \pm 0.24 \pm 0.09$	$3.60 \pm 0.19 \pm 0.09$	$3.39 \pm 0.23 \pm 0.08$
2.4-2.8	$5.31 \pm 0.27 \pm 0.08$	$4.65 \pm 0.22 \pm 0.08$	$4.93 \pm 0.28 \pm 0.07$
2.8-3.2	$6.12 \pm 0.29 \pm 0.09$	$6.23 \pm 0.25 \pm 0.11$	$5.79 \pm 0.30 \pm 0.08$
3.2-3.8	$7.23 \pm 0.26 \pm 0.10$	$6.72 \pm 0.21 \pm 0.12$	$7.13 \pm 0.27 \pm 0.10$
3.8-4.4	$6.60 \pm 0.24 \pm 0.09$	$7.51 \pm 0.23 \pm 0.13$	$7.11 \pm 0.28 \pm 0.10$
4.4-5.0	$5.60 \pm 0.22 \pm 0.08$	$6.64 \pm 0.21 \pm 0.12$	$5.99 \pm 0.25 \pm 0.09$
5.0-5.3	$5.00 \pm 0.31 \pm 0.07$	$5.33 \pm 0.28 \pm 0.13$	$5.64 \pm 0.35 \pm 0.08$
5.3-5.6	$3.06 \pm 0.24 \pm 0.04$	$4.17 \pm 0.25 \pm 0.10$	$4.57 \pm 0.32 \pm 0.07$
5.6-6.0	$2.05 \pm 0.22 \pm 0.07$	$2.52 \pm 0.16 \pm 0.11$	$3.13 \pm 0.23 \pm 0.10$
6.0-6.4	-	-	$1.72 \pm 0.36 \pm 0.05$

Tabelle A.1: differentieller Wirkungsquerschnitt in $\xi_p = \ln \frac{1}{x_p}$

y_t	133 GeV	161 GeV	172 GeV
0.0-0.5	$7.56 \pm 0.34 \pm 0.27$	$6.70 \pm 0.27 \pm 0.24$	$7.87 \pm 0.39 \pm 0.37$
0.5-1.0	$7.57 \pm 0.31 \pm 0.11$	$7.34 \pm 0.27 \pm 0.13$	$7.84 \pm 0.37 \pm 0.27$
1.0-1.5	$7.30 \pm 0.27 \pm 0.10$	$7.53 \pm 0.25 \pm 0.13$	$7.75 \pm 0.33 \pm 0.20$
1.5-2.0	$6.94 \pm 0.26 \pm 0.07$	$7.75 \pm 0.25 \pm 0.11$	$7.82 \pm 0.31 \pm 0.19$
2.0-2.5	$5.85 \pm 0.23 \pm 0.08$	$6.69 \pm 0.22 \pm 0.12$	$6.33 \pm 0.27 \pm 0.13$
2.5-3.0	$5.10 \pm 0.22 \pm 0.07$	$5.62 \pm 0.20 \pm 0.08$	$5.45 \pm 0.24 \pm 0.14$
3.0-3.5	$3.58 \pm 0.18 \pm 0.10$	$4.39 \pm 0.17 \pm 0.13$	$3.97 \pm 0.21 \pm 0.17$
3.5-4.0	$2.02 \pm 0.14 \pm 0.10$	$2.73 \pm 0.14 \pm 0.14$	$2.51 \pm 0.17 \pm 0.16$
4.0-4.5	$0.85 \pm 0.09 \pm 0.06$	$1.20 \pm 0.09 \pm 0.09$	$1.20 \pm 0.11 \pm 0.11$
4.5-5.5	$0.21 \pm 0.03 \pm 0.01$	$0.24 \pm 0.03 \pm 0.01$	$0.26 \pm 0.04 \pm 0.02$

Tabelle A.2: differentieller Wirkungsquerschnitt in $y_{\text{Thrust}} = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{E+p_{\parallel}}{E-p_{\parallel}}$

p_t^{in} (Thrust)	133 GeV	161 GeV	172 GeV
0.000 - 0.125	$41.612 \pm 1.311 \pm 0.418$	$49.791 \pm 1.282 \pm 0.706$	$45.139 \pm 1.547 \pm 0.783$
0.125 - 0.375	$31.023 \pm 0.802 \pm 0.312$	$32.835 \pm 0.718 \pm 0.466$	$32.128 \pm 0.903 \pm 0.557$
0.375 - 0.675	$14.154 \pm 0.496 \pm 0.142$	$15.708 \pm 0.455 \pm 0.223$	$14.732 \pm 0.565 \pm 0.256$
0.675 - 0.875	$8.276 \pm 0.472 \pm 0.117$	$8.106 \pm 0.403 \pm 0.140$	$8.492 \pm 0.532 \pm 0.170$
0.875 - 1.125	$4.988 \pm 0.328 \pm 0.071$	$4.771 \pm 0.278 \pm 0.083$	$5.740 \pm 0.392 \pm 0.115$
1.125 - 1.375	$2.871 \pm 0.240 \pm 0.064$	$3.265 \pm 0.232 \pm 0.080$	$3.568 \pm 0.314 \pm 0.094$
1.375 - 2.000	$1.826 \pm 0.127 \pm 0.052$	$1.784 \pm 0.108 \pm 0.054$	$2.333 \pm 0.165 \pm 0.074$
2.000 - 3.000	$0.649 \pm 0.058 \pm 0.018$	$0.737 \pm 0.055 \pm 0.030$	$0.926 \pm 0.082 \pm 0.060$
3.000 - 4.000	$0.316 \pm 0.043 \pm 0.017$	$0.294 \pm 0.034 \pm 0.018$	$0.360 \pm 0.054 \pm 0.029$
4.000 - 6.000	$0.098 \pm 0.016 \pm 0.006$	$0.095 \pm 0.014 \pm 0.008$	$0.229 \pm 0.030 \pm 0.030$
6.000 - 8.000	$0.045 \pm 0.012 \pm 0.007$	$0.056 \pm 0.010 \pm 0.009$	$0.051 \pm 0.014 \pm 0.013$
8.000 - 12.00	$0.011 \pm 0.003 \pm 0.002$	$0.008 \pm 0.003 \pm 0.001$	$0.005 \pm 0.004 \pm 0.001$

Tabelle A.3: differentieller Wirkungsquerschnitt in p_t^{in} (bzgl. Thrustachse)

p_t^{out} (Thrust)	133 GeV	161 GeV	172 GeV
0.00 - 0.20	$60.06 \pm 1.26 \pm 1.20$	$66.61 \pm 1.17 \pm 1.49$	$66.27 \pm 1.50 \pm 1.99$
0.20 - 0.40	$30.57 \pm 0.90 \pm 0.53$	$32.37 \pm 0.80 \pm 0.64$	$32.46 \pm 1.03 \pm 0.72$
0.40 - 0.60	$12.93 \pm 0.58 \pm 0.29$	$13.98 \pm 0.52 \pm 0.34$	$13.49 \pm 0.66 \pm 0.75$
0.60 - 0.85	$5.73 \pm 0.35 \pm 0.12$	$5.96 \pm 0.30 \pm 0.14$	$6.26 \pm 0.40 \pm 0.34$
0.85 - 1.20	$1.90 \pm 0.16 \pm 0.04$	$1.96 \pm 0.14 \pm 0.06$	$2.37 \pm 0.21 \pm 0.14$
1.20 - 1.60	$0.74 \pm 0.10 \pm 0.04$	$0.72 \pm 0.08 \pm 0.04$	$0.85 \pm 0.12 \pm 0.06$
1.60 - 2.00	$0.25 \pm 0.05 \pm 0.02$	$0.32 \pm 0.05 \pm 0.03$	$0.28 \pm 0.07 \pm 0.06$
2.00 - 3.00	$0.07 \pm 0.02 \pm 0.01$	$0.08 \pm 0.02 \pm 0.02$	$0.10 \pm 0.03 \pm 0.03$

Tabelle A.4: differentieller Wirkungsquerschnitt in p_t^{out} (bzgl. Thrustachse)

p_t^{in} (Sphericity)	133 GeV	161 GeV	172 GeV
0.000 - 0.125	$45.955 \pm 1.416 \pm 0.462$	$52.669 \pm 1.333 \pm 0.747$	$48.320 \pm 1.610 \pm 0.838$
0.125 - 0.375	$29.226 \pm 0.776 \pm 0.294$	$31.932 \pm 0.709 \pm 0.453$	$31.454 \pm 0.897 \pm 0.546$
0.375 - 0.675	$14.384 \pm 0.502 \pm 0.145$	$15.347 \pm 0.448 \pm 0.218$	$14.497 \pm 0.557 \pm 0.252$
0.675 - 0.875	$7.068 \pm 0.422 \pm 0.100$	$8.399 \pm 0.408 \pm 0.145$	$8.156 \pm 0.520 \pm 0.163$
0.875 - 1.125	$5.612 \pm 0.348 \pm 0.079$	$4.565 \pm 0.272 \pm 0.079$	$5.488 \pm 0.384 \pm 0.110$
1.125 - 1.375	$2.896 \pm 0.239 \pm 0.065$	$3.219 \pm 0.225 \pm 0.079$	$3.890 \pm 0.328 \pm 0.103$
1.375 - 2.000	$1.868 \pm 0.126 \pm 0.053$	$1.809 \pm 0.107 \pm 0.054$	$2.248 \pm 0.157 \pm 0.071$
2.000 - 3.000	$0.718 \pm 0.062 \pm 0.020$	$0.758 \pm 0.055 \pm 0.031$	$0.927 \pm 0.082 \pm 0.060$
3.000 - 4.000	$0.261 \pm 0.035 \pm 0.014$	$0.306 \pm 0.034 \pm 0.019$	$0.442 \pm 0.058 \pm 0.035$
4.000 - 6.000	$0.109 \pm 0.017 \pm 0.007$	$0.093 \pm 0.013 \pm 0.008$	$0.166 \pm 0.026 \pm 0.022$
6.000 - 8.000	$0.034 \pm 0.009 \pm 0.005$	$0.043 \pm 0.009 \pm 0.007$	$0.036 \pm 0.012 \pm 0.009$
8.000 - 12.00	$0.004 \pm 0.002 \pm 0.001$	$0.007 \pm 0.003 \pm 0.001$	$0.004 \pm 0.004 \pm 0.001$

Tabelle A.5: differentieller Wirkungsquerschnitt in p_t^{in} (bzgl. Sphericityachse)

p_t^{out} (Sphericity)	133 GeV	161 GeV	172 GeV
0.00 - 0.20	$61.79 \pm 1.29 \pm 1.24$	$68.99 \pm 1.20 \pm 1.54$	$66.87 \pm 1.51 \pm 2.01$
0.20 - 0.40	$30.80 \pm 0.90 \pm 0.53$	$32.36 \pm 0.80 \pm 0.64$	$33.90 \pm 1.05 \pm 0.75$
0.40 - 0.60	$12.68 \pm 0.57 \pm 0.28$	$13.66 \pm 0.51 \pm 0.33$	$13.60 \pm 0.65 \pm 0.76$
0.60 - 0.85	$5.05 \pm 0.32 \pm 0.10$	$5.41 \pm 0.28 \pm 0.12$	$5.39 \pm 0.36 \pm 0.30$
0.85 - 1.20	$1.67 \pm 0.15 \pm 0.03$	$1.62 \pm 0.13 \pm 0.05$	$2.19 \pm 0.20 \pm 0.13$
1.20 - 1.60	$0.56 \pm 0.08 \pm 0.03$	$0.56 \pm 0.07 \pm 0.03$	$0.71 \pm 0.11 \pm 0.05$
1.60 - 2.00	$0.22 \pm 0.05 \pm 0.02$	$0.24 \pm 0.05 \pm 0.02$	$0.16 \pm 0.05 \pm 0.03$
2.00 - 3.00	$0.07 \pm 0.02 \pm 0.01$	$0.06 \pm 0.01 \pm 0.01$	$0.06 \pm 0.02 \pm 0.02$

Tabelle A.6: differentieller Wirkungsquerschnitt in p_t^{out} (bzgl. Sphericityachse)

$p[\text{GeV}]$	133 GeV	161 GeV	172 GeV
0.20-0.40	$10.705 \pm .5265 \pm .2230$	$10.970 \pm .4683 \pm .2286$	$11.743 \pm .6269 \pm .2447$
0.40-0.80	$9.826 \pm .3551 \pm .2396$	$10.309 \pm .3201 \pm .2513$	$9.987 \pm .4032 \pm .2435$
0.80-1.20	$6.645 \pm .2822 \pm .0301$	$7.383 \pm .2681 \pm .0334$	$6.380 \pm .3209 \pm .0289$
1.20-1.60	$4.703 \pm .2383 \pm .0885$	$5.131 \pm .2217 \pm .0965$	$4.870 \pm .2820 \pm .0916$
1.60-2.50	$3.440 \pm .1413 \pm .0792$	$3.454 \pm .1209 \pm .0795$	$3.872 \pm .1642 \pm .0891$
2.50-3.50	$2.054 \pm .1013 \pm .0426$	$2.307 \pm .0935 \pm .0479$	$2.228 \pm .1183 \pm .0462$
3.50-5.00	$1.369 \pm .0687 \pm .0104$	$1.437 \pm .0602 \pm .0109$	$1.415 \pm .0765 \pm .0108$
5.00-7.00	$0.750 \pm .0437 \pm .0014$	$0.766 \pm .0379 \pm .0014$	$0.828 \pm .0508 \pm .0015$
7.00-9.00	$0.453 \pm .0339 \pm .0088$	$0.491 \pm .0306 \pm .0095$	$0.590 \pm .0426 \pm .0114$
9.00-13.0	$0.268 \pm .0192 \pm .0059$	$0.296 \pm .0170 \pm .0065$	$0.258 \pm .0201 \pm .0057$
13.0-17.0	$0.110 \pm .0116 \pm .0011$	$0.168 \pm .0128 \pm .0017$	$0.155 \pm .0156 \pm .0016$
17.0-22.0	$0.066 \pm .0084 \pm .0009$	$0.092 \pm .0085 \pm .0013$	$0.098 \pm .0112 \pm .0014$
22.0-27.0	$0.029 \pm .0050 \pm .0005$	$0.037 \pm .0052 \pm .0006$	$0.057 \pm .0085 \pm .0009$
27.0-32.0	$0.018 \pm .0042 \pm .0003$	$0.030 \pm .0047 \pm .0005$	$0.031 \pm .0062 \pm .0005$
32.0-40.0	$0.007 \pm .0018 \pm .0001$	$0.015 \pm .0025 \pm .0002$	$0.013 \pm .0031 \pm .0002$
40.0-48.0	$0.002 \pm .0009 \pm .2 \cdot 10^{-4}$	$0.006 \pm .0014 \pm .0001$	$0.011 \pm .0027 \pm .0002$
48.0-58.0	$0.001 \pm .0005 \pm .1 \cdot 10^{-4}$	$0.003 \pm .0008 \pm .5 \cdot 10^{-4}$	$0.005 \pm .0016 \pm .0001$

Tabelle A.7: Differentieller Wirkungsquerschnitt in p